

Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

15 LUGLIO 2003

Nome.....

Matricola.....

1. Un sistema formato da una particella A di spin 1 e da una particella B di spin $\frac{1}{2}$ si trovi all'istante $t = 0$ nello stato

$$|J = \frac{1}{2}; J_3 = \frac{1}{2}\rangle$$

dove \vec{J} è lo spin totale del sistema.

- a. All'istante $t = 0$ si effettui una misura della terza componente S_3^A dello spin della particella A ; quali valori di S_3^A si possono ottenere e con che probabilità?
- b. Immediatamente dopo si effettui una misura di \vec{J}^2 , ma solo su quei sistemi per cui la misura precedente ha dato come risultato $S_3^A = 1$ (in unità di \hbar); quali valori di \vec{J}^2 si possono ottenere e con che probabilità?

2. Si consideri un sistema di momento angolare $L = 1$ su cui agisce l'hamiltoniana

$$H_0 = aL_z + \frac{b}{\hbar} L_z^2$$

con a e b costanti reali e positive.

- a) Quali sono i livelli di energia del sistema?
- b) Qual è lo stato fondamentale al variare di a e b ?
- c) Per quali valori del rapporto $\frac{a}{b}$ c'è degenerazione?

In presenza di un campo magnetico statico nel piano xz il sistema è descritto da un'hamiltoniana

$$H = H_0 + H_1$$

dove

$$H_1 = \omega_x L_x + \omega_z L_z \quad .$$

- d) Scrivere la matrice che rappresenta H_1 nella base degli autostati di H_0 .

Nel caso $b = a$, calcolare al primo ordine in ω_x e ω_z le correzioni all'energia:

- e1) dello stato eccitato,
- e2) dello stato fondamentale.

Formule Utili

*
$$J_{\pm} = J_x \pm iJ_y$$

*
$$J_{\pm} |j; m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j; m \pm 1\rangle$$