

Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

2 Dicembre 2003

Nome.....

Matricola.....

**Es. 1** Si consideri una particella di massa  $m$  nella buca di potenziale di profondità infinita,

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < L \\ \infty & |x| > L \end{cases} .$$

All'istante  $t = 0$  la sua funzione d'onda non normalizzata è

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & |x| > L \\ \cos\frac{\pi}{2L}x (A + 2iB \sin\frac{\pi}{2L}x) & |x| < L \end{cases} ,$$

con  $A$  e  $B$  numeri reali arbitrari.

- a) Si calcoli il valor medio dell'energia  $E$  nello stato descritto da  $\psi$ .
- b) Effettuando una misura di energia sullo stato, quali sono le probabilità di ottenere energia  $E_1$  ed  $E_2$  (si vedano le formule alla fine del testo)?
- c) Calcolare al tempo  $t = 0$ , la probabilità che la particella stia nella metà destra della buca ( $0 < x < L$ ).
- d) Calcolare in quali istanti di tempo  $t \geq 0$ , la particella ha probabilità  $1/2$  di stare nella metà destra della buca.

**Es. 2** Una particella di massa  $m$ , vincolata a muoversi in una buca di potenziale infinita (con  $V(x) = 0$  per  $|x| < L$  e  $V(x) = \infty$  per  $|x| > L$ ) sia sottoposta ad una perturbazione costante nel tempo descritta dal potenziale

$$V_I = \epsilon \sin \frac{3\pi}{2L} x \quad .$$

- a) Calcolare la correzione ai livelli energetici al più basso ordine perturbativo non banale.
- b) Valutare per quali valori di  $\epsilon$  questa è una buona approssimazione.

### Formule utili

\* Autofunzioni normalizzate della Hamiltoniana della buca di potenziale infinita:

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \cos \frac{\pi}{2L} nx & n \text{ dispari} \\ \frac{1}{\sqrt{L}} \sin \frac{\pi}{2L} nx & n \text{ pari} \end{cases}$$

con

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8mL^2} n^2 \quad .$$

\*\*

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dt \cos nt \sin 3t \sin mt = \frac{\pi}{4} (\delta_{n,m-3} - \delta_{n,m+3})$$

per  $n$  dispari e  $m$  pari, positivi.