

Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

15 LUGLIO 2003

Nome.....

Matricola.....

1. Un sistema formato da una particella  $A$  di spin 1 e da una particella  $B$  di spin  $\frac{1}{2}$  si trovi all'istante  $t = 0$  nello stato

$$|J = \frac{1}{2}; J_3 = \frac{1}{2}\rangle$$

dove  $\vec{J}$  è lo spin totale del sistema.

- a. All'istante  $t = 0$  si effettui una misura della terza componente  $S_3^A$  dello spin della particella  $A$ ; quali valori di  $S_3^A$  si possono ottenere e con che probabilità?
- b. Immediatamente dopo si effettui una misura di  $\vec{J}^2$ , ma solo su quei sistemi per cui la misura precedente ha dato come risultato  $S_3^A = 1$  (in unità di  $\hbar$ ); quali valori di  $\vec{J}^2$  si possono ottenere e con che probabilità?

2. Si consideri un sistema di momento angolare  $L = 1$  su cui agisce l'hamiltoniana

$$H_0 = aL_z + \frac{b}{\hbar} L_z^2$$

con  $a$  e  $b$  costanti reali e positive.

- a) Quali sono i livelli di energia del sistema?
- b) Qual è lo stato fondamentale al variare di  $a$  e  $b$ ?
- c) Per quali valori del rapporto  $\frac{a}{b}$  c'è degenerazione?

In presenza di un campo magnetico statico nel piano  $xz$  il sistema è descritto da un'hamiltoniana

$$H = H_0 + H_1$$

dove

$$H_1 = \omega_x L_x + \omega_z L_z \quad .$$

- d) Scrivere la matrice che rappresenta  $H_1$  nella base degli autostati di  $H_0$ .

Nel caso  $b = a$ , calcolare al primo ordine in  $\omega_x$  e  $\omega_z$  le correzioni all'energia:

- e1) dello stato eccitato,
- e2) dello stato fondamentale.

### Formule Utili

\* 
$$J_{\pm} = J_x \pm iJ_y$$

\* 
$$J_{\pm} |j; m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j; m \pm 1\rangle$$