

## Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Mercoledì 14 aprile 2004

### Compito n° 1

1.- Determinare come variano, in funzione del tempo, il valor medio dell'energia  $E$  e quello della posizione  $x$  di un oscillatore armonico lineare su cui si posseggono le seguenti informazioni relative all'istante  $t = 0$ :

- a) la probabilità di trovare per l'energia il valore  $\hbar\omega/2$  è  $1/3$ , mentre nulla è la probabilità di trovare un'energia superiore a  $3\hbar\omega/2$ ;
- b) il valor medio di  $x$  è nullo e quello di  $p$  è positivo.

2.- Si considerino il moto relativo di un sistema di due elettroni ed il loro momento angolare orbitale (relativo)  $\mathbf{L} = -i\hbar\mathbf{r} \wedge \nabla$ , con  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ .

a) Come si comportano gli autostati  $|l, m\rangle$  di  $L^2$  ed  $L_z$  sotto l'azione dell'operatore  $P_{12}$ , di scambio dei due elettroni?

b) In quale stato di spin totale devono trovarsi i due elettroni affinché tra di essi ci sia la massima attrazione statistica?

c) Se gli elettroni si trovano in una tale configurazione di spin ed in uno stato descritto dalla funzione d'onda orbitale  $\psi(r, \vartheta, \varphi) = f(r, \vartheta)e^{-i\varphi}$ , quali sono i minimi valori che possono assumere i numeri quantici  $l$  (associato agli autovalori di  $L^2$ ) e  $j$  (associato agli autovalori di  $J^2$ , essendo  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  ed  $\mathbf{S}$  l'operatore vettoriale di spin totale dei due elettroni)?

d) Rispondere alla domanda precedente nel caso in cui i due elettroni si trovino in uno stato di spin corrispondente alla massima repulsione statistica.