

Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Lunedì 26 marzo 2007

Compito numero 2

1.- La dinamica di una particella confinata in una buca di potenziale unidimensionale di altezza infinita, centrata nell'origine, sia perturbata dall'Hamiltoniana aggiuntiva $H' = \epsilon \delta(x)$.

- a) Calcolare la correzione a tutti i livelli energetici al primo ordine in ϵ e valutare per quali valori di ϵ questo conto ha senso.
- b) Per lo stato fondamentale calcolare la correzione anche al secondo ordine.
- c) Dire per quali livelli il calcolo della correzione al secondo ordine é immediato.
- d) Giustificare il risultato ottenuto nel punto c) analizzando l'equazione agli autovalori esatta per l'Hamiltoniana completa $H_0 + H'$.

2.- Due particelle identiche di spin $1/2$, non interagenti fra loro, siano confinate in un segmento di lunghezza $2L$ in una buca di potenziale infinita. Si sappia inoltre con certezza che l'energia del sistema é $5E_1$, dove E_1 é l'energia che avrebbe una singola particella nello stato fondamentale della buca.

- a) Scrivere le funzioni d'onda orbitali $\psi_S(x_1, x_2)$ e $\psi_T(x_1, x_2)$ quando il sistema si trovi rispettivamente in uno stato di singoletto o tripletto di spin.
- b) Dire in quale dei due casi e' maggiore il valor medio del quadrato della distanza fra le due particelle e dimostrarlo, calcolando
$$\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle_T - \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle_S.$$
- c) Esprimere in funzione di $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle_S$ e di $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle_T$ il valor medio del quadrato della distanza fra le due particelle, $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle_{NP}$, per spin completamente non polarizzati.