Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Mercoledì 12 aprile 2006

1.- a) Dimostrare che per ogni stato $|l, m\rangle$, autostato contemporaneamente di L^2 ed L_z vale l'uguaglianza

$$\Delta L_x = \Delta L_y,$$

dove il simbolo Δ indica lo scarto quadratico medio.

- b) Calcolare ΔL_x in funzione dei numeri quantici l ed m .
- c) Verificare che è soddisfatto il principio di indeterminazione di Heisenberg e,
- d) considerando l fissato, trovare i valori di m per cui esso è "saturato", cioè vale col segno di uguaglianza.

2.- Un sistema quantistico sia descritto dall'hamiltoniana

$$H_0 = \frac{L_z^2}{2I},$$

dove I è una costante positiva ed L_z è la terza componente del momento angolare. Nell'ipotesi che il sistema si trovi in uno stato che sia autostato di L^2 identificato dal numero quantico $l = 3$, si calcolino le correzioni ai livelli energetici causate dalla perturbazione

$$H' = \epsilon(L_x^2 - L_y^2)$$

- i) al primo ordine significativo nella perturbazione, per il livello di energia più bassa,
- ii) al primo ordine in ϵ per gli altri livelli.