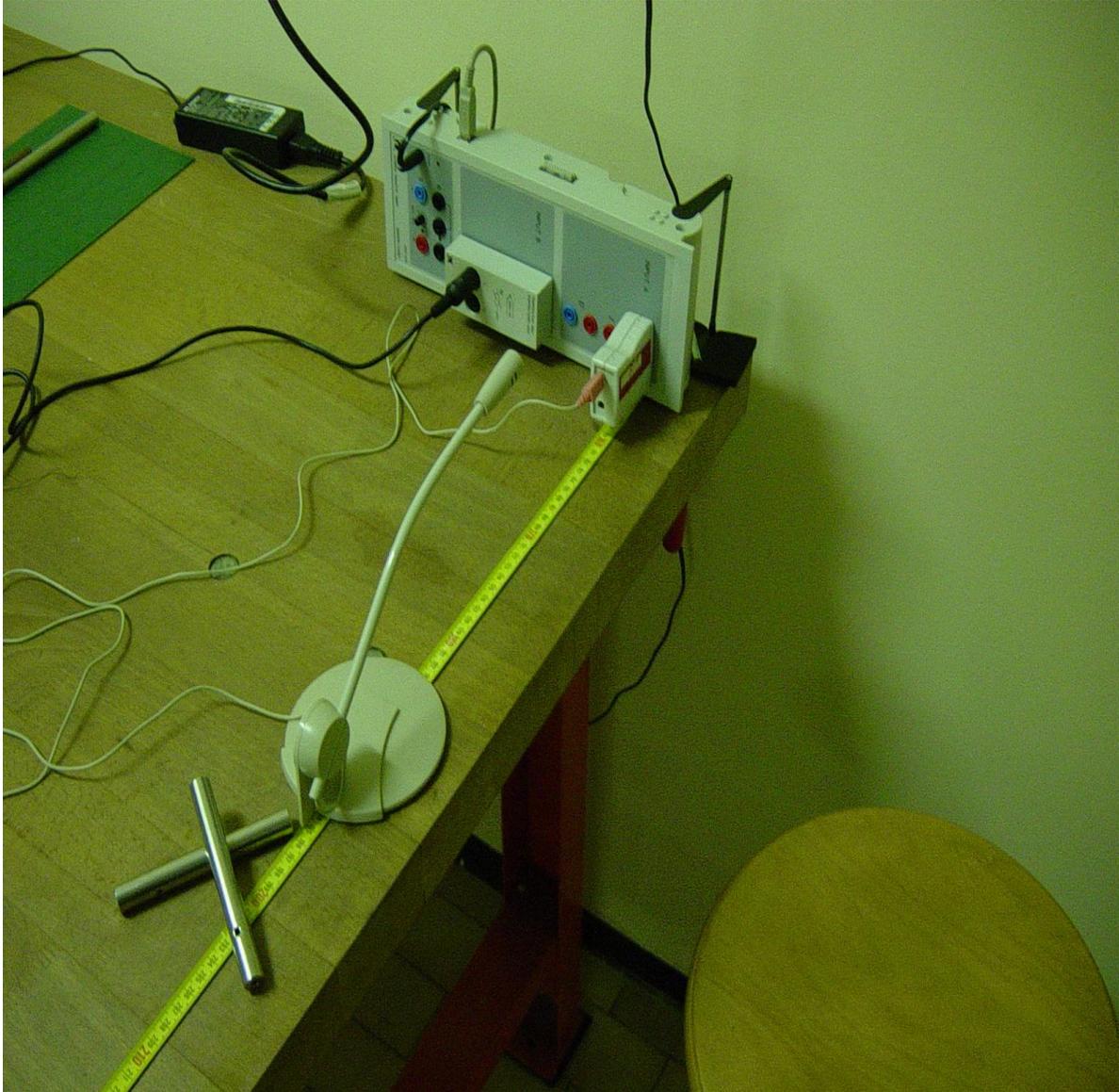


*Velocità delle onde sonore in un mezzo*



### ***Le onde sonore.***

Le onde sonore sono onde meccaniche longitudinali. Esse possono propagarsi nei solidi, nei liquidi, e nei gas. Le particelle materiali che trasmettono le onde vibrano nella direzione di propagazione dell'onda stessa. Vi è un vasto campo di frequenze in cui possono essere generate onde meccaniche longitudinali. Il cervello e l'orecchio umano sono in grado di essere stimolati da tali onde solo se la frequenza di queste è compresa fra 20 e 20000 cicli/s (Hz) circa (campo di udibilità). Un'onda meccanica longitudinale la cui frequenza sia inferiore al campo di udibilità è chiamata *infrasuono*, mentre una la cui frequenza sia superiore al campo di udibilità è chiamata *ultrasuono*.

Gli infrasuoni che hanno interesse in pratica sono generati da sorgenti molto estese, e le onde sismiche ne sono un esempio. Le elevate frequenze che caratterizzano gli ultrasuoni possono essere prodotte dalle vibrazioni elastiche di cristallo di quarzo, indotte per risonanza mediante l'applicazione di un campo elettrico alternato (effetto piezoelettrico). È possibile in tale modo ottenere ultrasuoni di frequenze pari a  $6 \cdot 10^8$  Hz; e la lunghezza d'onda in aria, corrisponde a circa  $5 \cdot 10^{-5}$  cm, cioè con ordine di grandezza uguale a quello della lunghezza d'onda delle onde luminose.

Le onde sonore sono generate da corde vibranti (di violino, corde vocali umane), da colonne d'aria vibranti (di un organo, di un clarino), da piastre o membrane (tamburi, altoparlanti, xilofoni). Tutti questi elementi vibranti, alternativamente, muovendosi rispettivamente in avanti o all'indietro, comprimono o rarefanno l'aria circostante. L'aria trasmette queste perturbazioni sotto forma di un'onda che si allontana dalla sorgente. Entrando nell'orecchio, questa onda produce la sensazione sonora. Quelle onde che sono approssimativamente periodiche o consistono di un piccolo numero di componenti approssimativamente periodiche, danno origine a una sensazione piacevole, come per esempio i suoni musicali. I suoni invece la cui forma d'onda non è periodica sono percepiti come rumori.

Tali rumori possono essere rappresentati da una sovrapposizione di onde periodiche, ma il numero delle componenti è molto grande.

Se ci riferiamo ad il suono prodotto per esempio da un diapason, di frequenza fissa  $\nu$ , le onde si possono rappresentare come

$$\delta x = A \sin [\omega(t - x/v)]; \quad x = \text{spostamento}; \quad v = \text{velocità di propagazione.}$$

$$\delta x = A \sin [2\pi(t/T - x/\lambda)]$$

$$\nu = \omega/2\pi = 1/T = \text{frequenza}; \quad \omega = \text{pulsazione}; \quad T = \text{periodo}$$

$$\lambda = v/\nu = v T = \text{lunghezza d'onda}$$

Se percuotiamo due sbarrette metalliche produciamo un rumore, una forma d'onda, un impulso sonoro che si propaga con velocità  $v$ .

Tale impulso si può rappresentare come la sovrapposizione di onde periodiche.

Se l'impulso si propaga in un mezzo non dispersivo, la velocità di propagazione di ciascuna delle componenti  $\nu(\nu)$ , è la stessa per ogni  $\nu$  e  $\lambda$ , ed è quindi anche la stessa dell'impulso stesso. Pertanto misurando la velocità dell'impulso si misura la velocità di propagazione di ciascuna delle componenti e quindi la velocità del suono nel mezzo.

## Velocità delle onde sonore in un mezzo

La velocità delle onde sonore in un mezzo (onde longitudinali) è:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} \quad \text{dove:}$$

-B è il modulo di elasticità cubico (modulo di compressione):

$$B = \Delta P / (\Delta V / V)$$

rapporto fra la variazione  $\Delta P$  di pressione su di un corpo e la variazione relativa di volume  $\Delta V / V$

-  $\rho_0$  è la densità del mezzo

v dipende sia dalle proprietà elastiche del mezzo B sia da quelle inerziali  $\rho_0$ .

Se il mezzo è un gas (per esempio l'aria) è possibile esprimere B in funzione della pressione di equilibrio del gas  $P_0$ .

Per un'onda sonora:  $v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$  con  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  = rapporto tra i calori specifici del gas.

Nota: per un gas perfetto a T costante  $B = \gamma P_0$ ; ;  $P = 10^5$  Pa,  $\rho = 1.29$  kg/m<sup>3</sup>.  $v = (P/\rho)^{1/2} = 278$  m/s. Valore inferiore del 18% a quello effettivo. Si deve tenere conto, specie nel caso dei gas, che i processi non sono isotermici. La relazione va sostituita dalla più corretta:

$B = \gamma P_0$  (in condizione di compressione adiabatica, quando le compressioni e rarefazioni sono così rapide che non permettono scambi di calore tra il sistema e l'ambiente circostante. Il processo non è isotermico)

In condizioni ordinarie si può scrivere  $\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M_0}$  con:

$M_0$ : peso molecolare del gas

T: temperatura assoluta in kelvin

R: 8,314 [J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>] costante dei gas

La velocità si può ora esprimere come:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}}$$

Es: in aria a 0°C (T=273K), P=1 Atm (10<sup>5</sup> Pa)

Ponendo  $\gamma = 1,4$

$$= 1,29 \text{ kg/m}^3$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M_0}} = 332 \text{ m/s}$$

-a 20°C (T<sub>1</sub>=293K) :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T_1}{M_0}} = v_0 \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} = 343,9 \text{ m/s}$$

Tasso di variazione della velocità con la temperatura:

$$v = \left( \frac{\gamma R}{M_0} T \right)^{1/2} \quad \frac{dv}{dT} = \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma R}{M_0} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{T}} = \frac{1}{2} \frac{v}{T} = \frac{343,9 \text{ m/s}}{546 \text{ K}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{sK}}$$

Vale inoltre:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} (1 + \alpha \theta) \quad \alpha = \frac{1}{273}$$

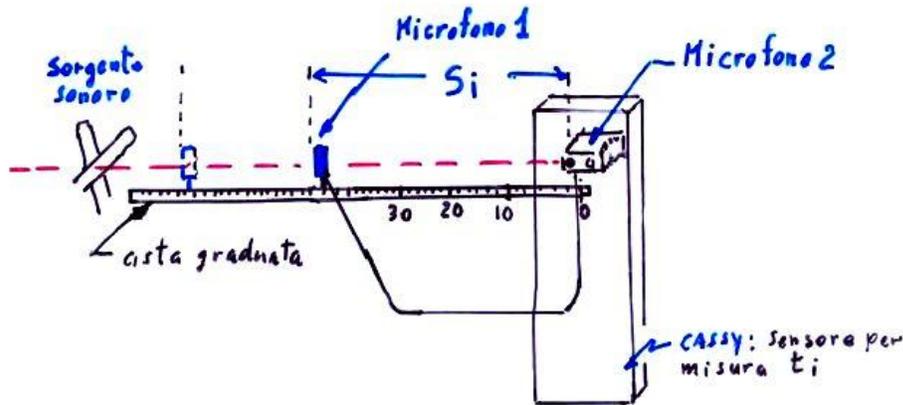
$$v_\theta = \sqrt{\frac{P}{\rho} \gamma} = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0} (1 + \alpha \theta)} = v_0 \sqrt{1 + \alpha \theta} \approx v_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \theta \right) \quad \text{andamento lineare con } \theta \text{ (misurato in } ^\circ\text{C}).$$

In un mezzo solido, ad esempio una sbarra sottile, B deve essere rimpiazzato dal cosiddetto modulo di Young (Y)

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Se la propagazione avviene in una sbarretta sottile, nella parte di essa che è sottoposta a sforzo di volume si possono verificare anche piccole espansioni laterali. Il rapporto  $\delta V/V$  non è più quindi uguale a  $\delta l/l$ . In questo caso si può scrivere  $\delta l/l = \delta P/Y$  dove Y è il modulo di Young, e quindi  $\delta P/\delta l/l = Y$

## Velocità del suono nell'aria con due microfoni (a temperatura ambiente)



Si misura la velocità di propagazione del suono in aria (velocità dell'impulso sonoro).

L'impulso sonoro è prodotto battendo fra loro due aste. Ciò provoca una fluttuazione della pressione dell'aria.

L'impulso sonoro viene registrato in successione da due microfoni che sono posti a distanza  $S_i$  l'uno dall'altro.

L'intervallo di tempo  $t_i$  tra le due registrazioni dei due microfoni è misurato dal CASSY.

Fissata la posizione del microfono 1 a distanza  $S_i$  dal microfono 2, e misurato  $t_i$ , la velocità del suono è ottenuto da:

$$v = \frac{S_i}{t_i} [m/s]$$

La sorgente sonora si trova sulla direttrice dei due microfoni.

Per il valore di  $S_i$  prefissato si devono effettuare più misure del tempo  $t_i$ . Come valore dei tempo si assume  $\bar{t}_i \pm \sigma_{t_i}$ .

Ripetendo le misure di tempo i rumori di fondo possono essere limitati ed eliminati.

Le misure vanno ripetute per diverse posizioni  $S_i$  tra i due microfoni. Per ogni posizione  $S_i$  si ottengono più misure di tempo per ognuna delle quali si calcola  $\bar{t}_i \pm \sigma_{t_i}$ .

Si riportano su un grafico  $S_i(t_i)$  ( $S_i \pm \sigma_{S_i}$  ;  $\bar{t}_i \pm \sigma_{t_i}$ ).

I punti si interpolano con il metodo dei minimi quadrati

$$\begin{cases} S_i = a + b\bar{t}_i \\ S_i = m \cdot t_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm \sigma_a \\ b \pm \sigma_b \\ m \pm \sigma_m \end{cases} \quad \text{L'intercetta } a \text{ deve essere comparabile con lo 0.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = b \pm \sigma_b \\ v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = m \pm \sigma_m \end{array} \right. \quad v = ( \quad \pm \quad ) \text{ [m/s]}$$

La posizione esatta del microfono non è nota: si prendono  $S_1$  e  $t_1$  come valori di riferimento.

Si valuta  $\Delta S_i \equiv |S_1 - S_i|$  e  $\Delta t_i = |t_1 - t_i|$

$$\Rightarrow v = \frac{\Delta S_i}{\Delta t_i} \pm \sigma_v$$

Si interpolano  $\Delta S_i(\Delta t_i)$ ,  $\Delta S_i = a + v(\Delta t_i)$  ottenendo il valore di  $v$  ed il suo errore.

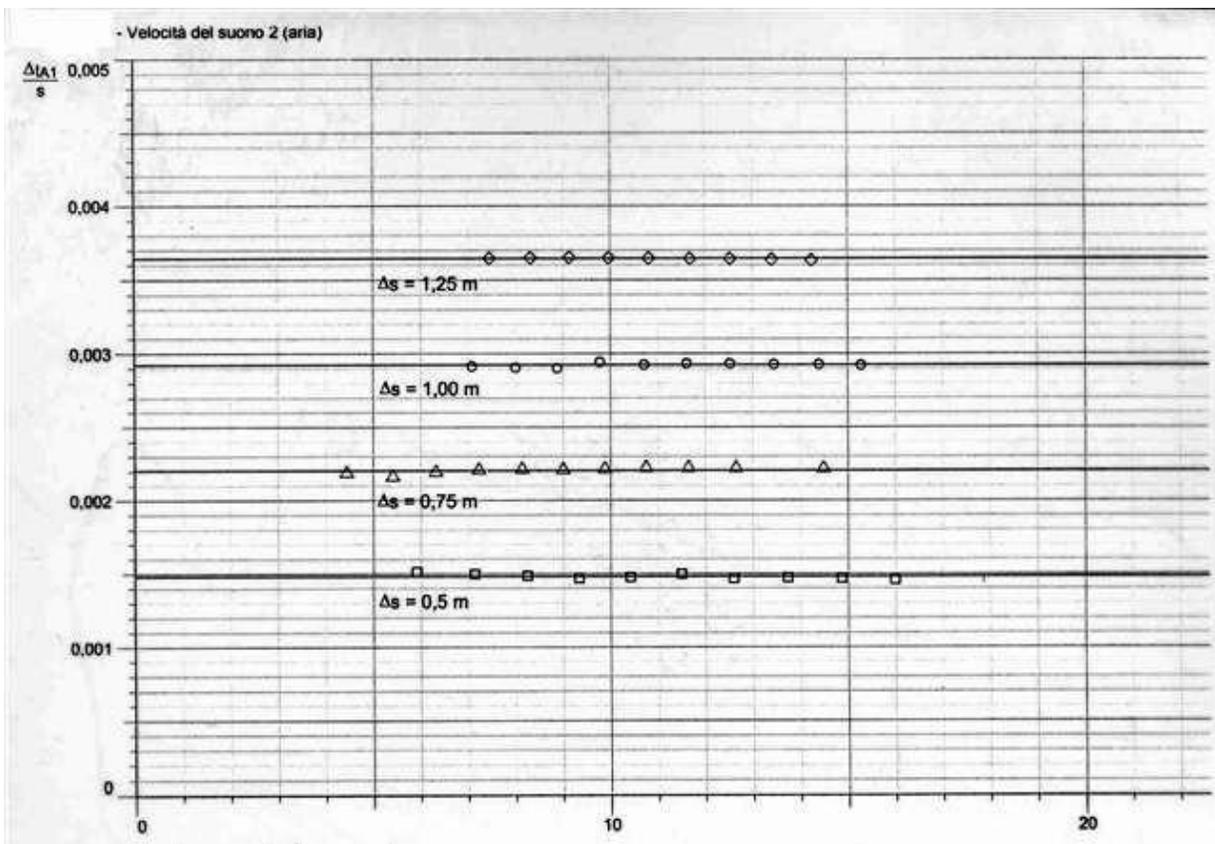


Fig 2: esempio di dati raccolti per differenti valori  $S_i$ :

$S_1=0,5$  m

$S_2=0,75$  m

$S_3=1,00$  m

$S_4=1,25$  m

Per ciascun valore  $S_i$  ( $S_1, S_2, S_3, S_4$ ) si effettuano diverse misure di tempo  $t_{ji}$  con  $j=1 \dotscolor{4}$  e  $i=1 \dotscolor{n}$  (es  $t_{11}, t_{12}, \dotscolor{t_{1n}}$ ).

Si effettua la media  $\bar{t}_i = \sum_{j=1}^n t_{ij}$  e si valuta la deviazione standard:  $\sigma_{t_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (t_{ij} - \bar{t}_i)^2}$

Si riporta sul grafico  $S_i(\bar{t}_i)$  e si studia l'andamento  $S_i = a + b(\bar{t}_i)$

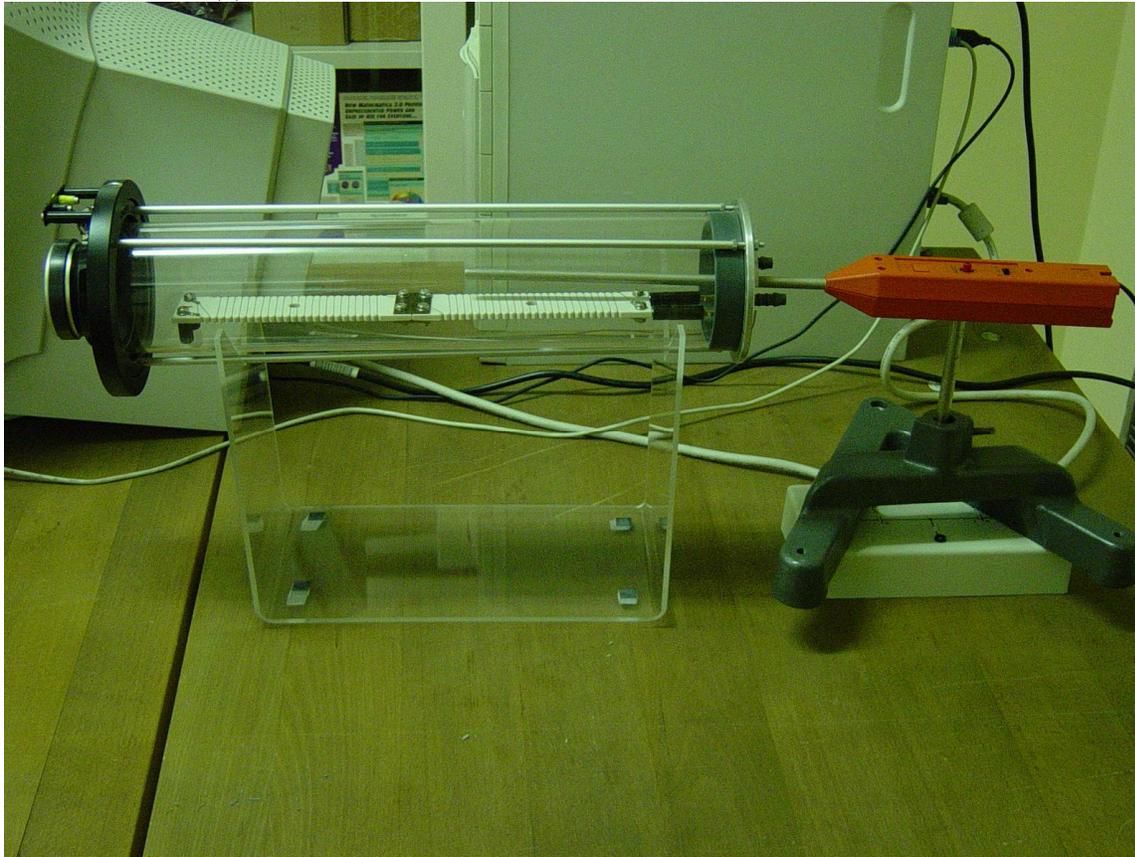
Si ricava il valore  $v$  della velocità del suono ( $v=b$  e  $v= \frac{a}{b}$ )

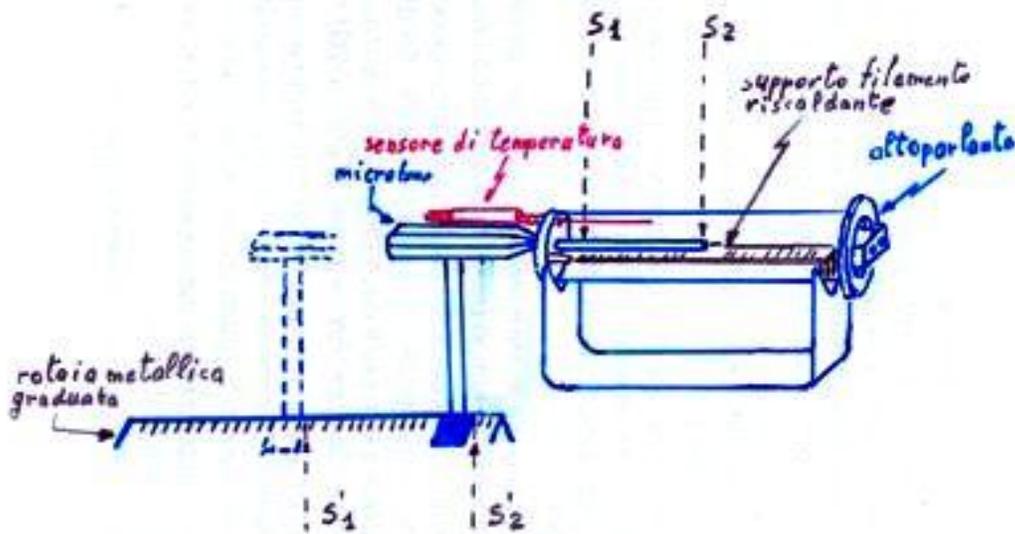
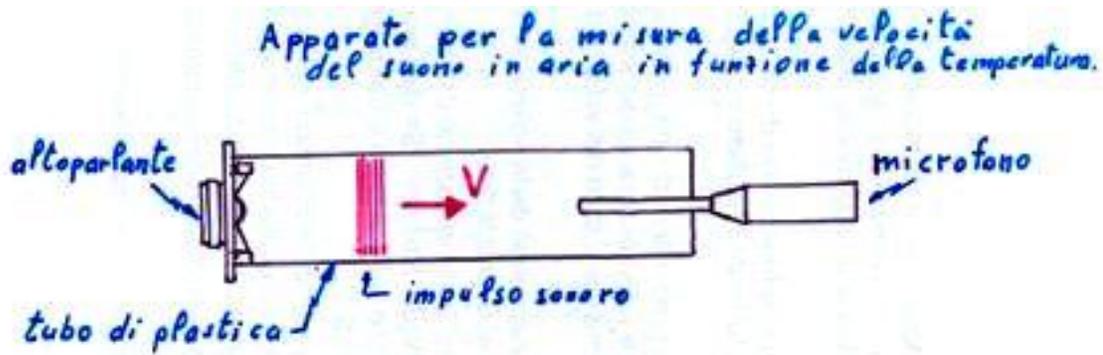
Nota: Per ogni coppia di valori  $\{S_i; (\bar{t}_i \pm \sigma_{t_i})\}$  si può ottenere il valore  $v_i = \frac{S_i}{\bar{t}_i}$

Il valore di  $v$  si può ottenere come media pesata dei differenti valori  $v_i$ .

**Misura della velocità del suono  $v$ :**

- in aria a temperatura ambiente  $t_a$
  - in aria al variare della temperatura
- Andamento  $V = V(t)$





### Misura della velocità del suono $v$ in aria (a ambiente)

L'impulso sonoro si ottiene facendo vibrare la membrana di un altoparlante.

Il movimento della membrana provoca una variazione di pressione dell'aria (impulso sonoro), che viene registrata da un microfono posto a una distanza  $S$  prefissata dall'altoparlante.

La velocità del suono  $v$  si determina misurando la velocità di propagazione dell'impulso sonoro.

Per determinare la velocità  $v$  del suono si misura l'intervallo di tempo  $t_i$  trascorso tra l'istante in cui l'altoparlante genera l'impulso sonoro e quello in cui tale impulso viene registrato dal microfono (tempo di transito).

L'esatto istante in cui l'altoparlante produce l'impulso non può essere misurato e pertanto si eseguono due misure: una con il microfono posto in posizione  $S_1$  e l'altra in posizione  $S_2$  corrispondenti a due differenti distanze dall'altoparlante.

Si misurano i corrispondenti tempi di transito  $t_1$  e  $t_2$

La misura delle posizioni  $S_1$  e  $S_2$  è fatta sulla scala graduata della rotaia.

La velocità del suono  $v$  si ottiene come rapporto tra la differenza di percorso  $\Delta S \equiv |S_2 - S_1|$  e la

corrispondente differenza dei tempi di transito  $\Delta t = |t_2 - t_1|$ .  $\left\{ \Delta S = |S_2 - S_1| = |S_1^1 - S_2^1| \right\}$

Se vi sono errori sistematici nelle misure di  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  in questo modo sono eliminati.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \left[ \frac{m}{s} \right]$$

La misura dei tempi di transito nelle due posizioni  $S_1$  e  $S_2$  può essere ripetuta più volte ottenendo  $t_{1i}$  e  $t_{2i}$  con  $i=1 \dots n$ .

Determinare:  $\bar{t}_1 \pm \sigma_{t_1}$ ;  $\bar{t}_2 \pm \sigma_{t_2}$ ;  $S \pm \sigma_s$ ;  $\bar{\Delta t} \pm \sigma_{\Delta t}$ ;  $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \pm \sigma_v$

Misurare la temperatura  $a \pm \sigma_a$ . Controllare che tale valore rimanga costante. Misurare il valore della pressione ambiente.

Altro metodo: misurare  $t_{2i}$  per differenti posizioni  $S_{2i}$ , riportare sul grafico  $\Delta S_i = |S_{2i} - S_1|$  in funzione di  $\Delta t_i = |t_{2i} - t_1|$ .

$\Delta S_i = a + b(\Delta t_i)$ . Col metodo dei minimi quadrati stimare  $a \pm \sigma_a$  e  $b \pm \sigma_b$ .  $v = b \pm \sigma_b$

### **Misura della velocità del suono in aria in funzione della temperatura $V(\theta)$**

È possibile riscaldare l'aria nel tubo di plastica mediante una sorgente di calore (filamento caldo percorso da corrente elettrica).

Il sistema di coibentazione (tubo di plastica) permette di ridurre i disturbi dovuti alla variazione di temperatura ambiente e ai moti convettivi dell'aria.

La pressione dell'aria all'interno si può ritenere costante e pari alla pressione atmosferica  $P_{atm}$  (misurata col barometro).

Se la temperatura dell'aria aumenta, la densità diminuisce e la velocità dell'impulso sonoro aumenta.

$$v_\theta = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$$

La variazione di  $v$  al variare della temperatura è relativamente piccola. La velocità del suono dipende essenzialmente dalla variazione della densità  $\rho$ .

Il rapporto:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} (1 + \alpha \theta) \quad \alpha = \frac{1}{273}$$

$$v_\theta = v_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \theta \right) \quad (\text{per piccoli } \theta)$$

A temperatura ambiente  $\theta_a$ , si fissa il microfono in una posizione  $S_{A1}$ . Si determina il tempo di transito  $t_{A1}$ .

Poiché non è possibile determinare la posizione esatta della sorgente dell'impulso sonoro posta sull'altoparlante, la distanza effettiva  $S_{eff}$  tra il microfono (in  $S_{A1}$ ) e l'altoparlante viene determinata con il valore di calibrazione ottenuto dalla :  $S_{eff} = v_a \cdot t_{A1}$

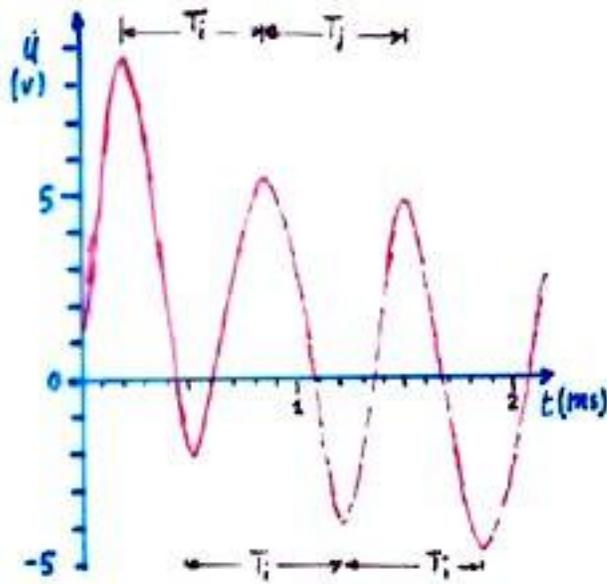
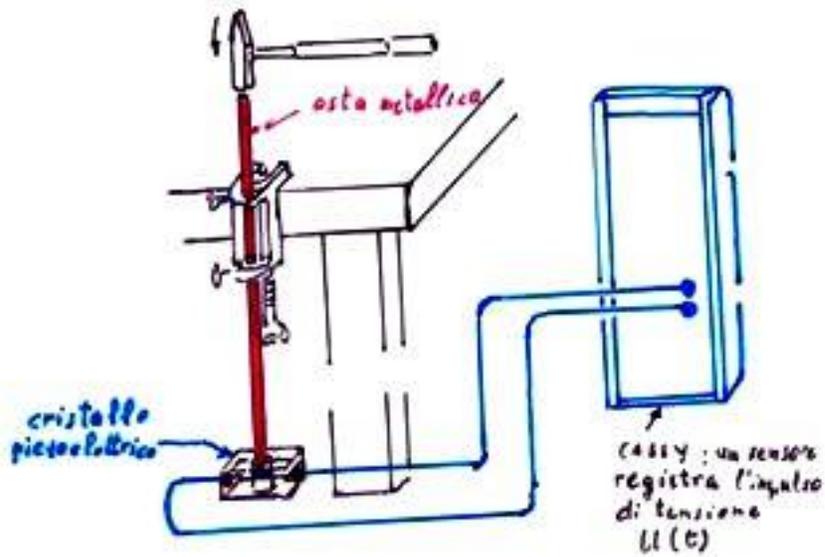
$v_a$ = velocità del suono misurata in precedenza a  $\theta_a$ .

Noto il valore della distanza  $S_{eff}$ , si può eseguire la misura della velocità del suono al variare della temperatura  $\theta$ .

- Porre il microfono in  $S_{A1}$
  - Misurare  $t_{A1}$
  - Determinare  $S_{eff}$
  - Riscaldare l'aria
  - Misurare  $\theta_i$
  - Misurare  $t_{Ai}$
  - Ricavare :  $v = S_{eff}/t_{Ai}$
  - Ripetere la procedura a passi di  $\theta_i=5^\circ\text{C}$  (non superare il  $70^\circ\text{C}$ )
  - Riportare in tabella:  $\theta_i$  ;  $t_{Ai}$  ;  $v_i \pm \Delta v$
  - Riportare su un grafico  $v$  in funzione di  $\theta$  :  $v(\theta) = a + b\theta$
  - Verificare l'andamento lineare e determinare  $a \pm \Delta a$  e  $b \pm \Delta b$   
 $v(\theta) = v_0(1 + \beta \theta)$
- a: intercetta= velocità suono a  $\theta = 0^\circ\text{C}$   
b: coefficiente angolare =  $\Delta v / \Delta \theta$  = tasso di variazione di  $v$ .

## Velocità del suono nei corpi solidi

(Barre di alluminio, rame, ottone, acciaio)



Si utilizzano le riflessioni multiple di un impulso sonoro agli estremi dell'asta.

L'impulso si ottiene percuotendo con un martello l'estremo superiore di un'asta.

L'impulso si propaga dall'alto verso il basso, quindi, viene riflesso più volte ai due estremi dell'asta.

Le aste metalliche appoggiano su di un cristallo piezoelettrico, il quale converte le onde di pressione degli impulsi sonori in un segnale di tensione U(Volt).

L'intervallo di tempo  $\Delta t$  impiegato dall'impulso per percorrere l'asta nei due sensi è misurato da  $T_i$  (periodo dell' impulso di tensione U(t)).

$$\overline{\Delta t} = \overline{T} \pm \sigma_{\overline{T}}$$

Data la lunghezza delle aste  $S \pm s$  si ha che la velocità del suono è :

$$v = \frac{2 \cdot S}{\Delta t} [m/s]$$

Determinare per diversi corpi  $v \pm v$ .

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y= modulo di Young  
= densità del solido

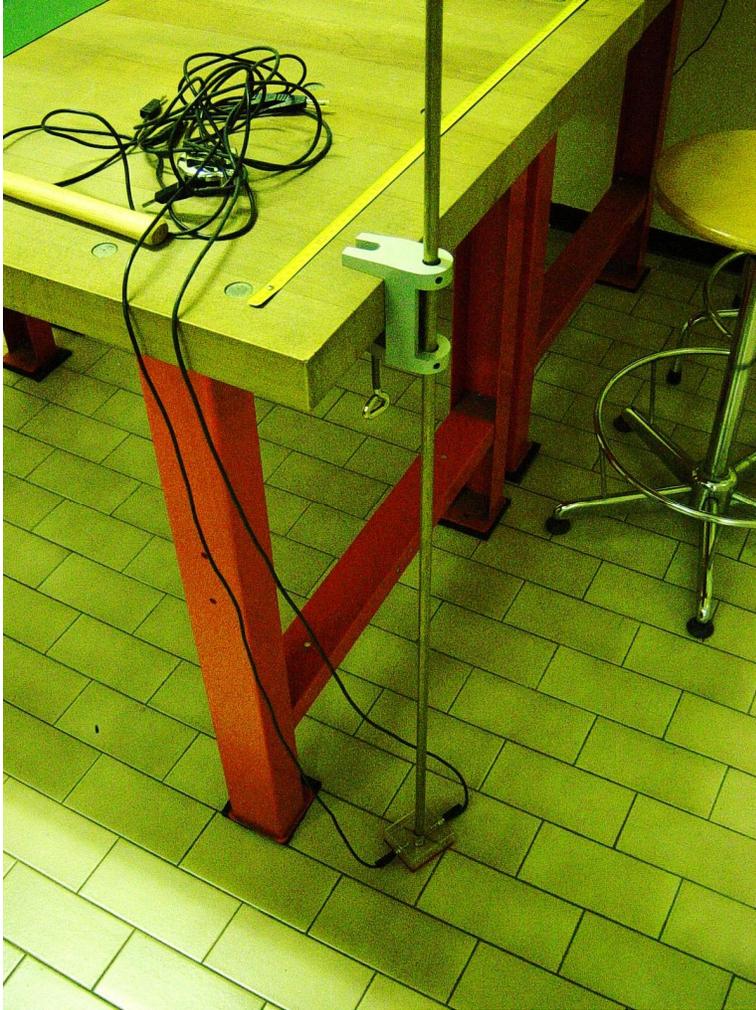


Figura . Misura della velocità in aste metalliche. Particolare dell'asta metallica posizionata sul cristallo piezoelettrico.

