## Capitolo 13

# EVOLUZIONE STELLARE

Sulla base delle considerazioni sui modelli stellari di quasi-equilibrio si affronta ora lo studio dell'evoluzione. Occorre premettere alcune considerazioni iniziali.

Anzitutto va ricordato che, fin dai primi modelli analitici, fu chiaro come il bruciamento dell'idrogeno permettesse di rappresentare stelle della sequenza principale del diagramma HR, mentre il bruciamento dell'elio o di elementi più pesanti corrispondeva a stelle giganti. Molto più incerta era la sorte delle cosiddette stelle nane bianche che poi fu chiarito come richiedesse equazioni di stato di gas di elettroni degeneri. Tale osservazione suggeriva dunque che il diagramma HR fosse da interpretare in termini evolutivi e non puramente morfologici.

Inoltre occorre tener presente in quali fasi l'evoluzione possa essere studiata utilizzando sequenze di modelli di quasi-equilibrio e quando invece occorra introdurre nel calcolo la dinamica del sistema, e quindi esplicitamente il tempo. Ovviamente si tratta di una questione di tempi scala. Come vedremo più avanti, le fasi termonucleari, che corrispondono alle stelle di sequenza principale e giganti, hanno tempi scala molto lunghi e la loro dinamica è trascurabile; le fasi di contrazione delle protostelle e del collasso nelle fasi finali di vita delle stelle fanno invece intervenire dinamiche rapide che sono quindi da trattare insieme all'evoluzione fisica e chimica dei sistemi.

#### 13.1 Teorema del viriale

Questo teorema, ben noto dalla meccanica classica, consente lo studio dell'evoluzione globale di sistemi di punti materiali interagenti in condizioni di equilibrio stazionario, intendendo con questa espressione che i punti si muovono in modo disordinato senza alterare la struttura macroscopica del sistema. È utile riesaminare il teorema in funzione delle applicazioni all'evoluzione stellare.

Si considerino le equazioni del moto dei punti di un sistema di N punti di massa  $m_i$ , posizione  $\mathbf{r}_i$  e velocità  $\dot{\mathbf{r}}_i$  e soggette a forze (interne)  $\mathbf{F}_i$ :

$$\mathbf{F}_i = m_i \ddot{\mathbf{r}} \qquad i = 1, 2, ..., N \quad .$$
 (13.1)

La soluzione completa del sistema, a parte le difficoltà matematiche, può darci le traiettorie delle singole particelle, ma non ci fornisce la visione globale dell'evoluzione del sistema. A tale scopo si possono utilizzare le costanti del moto, energia, momento e momento angolare, che si conservano in sistemi isolati (solo forze interne). Ad esse è possibile aggiungere un risultato statistico.

Definiamo viriale del sistema la quantità:

$$A = \sum_{1}^{N} (m_i \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \mathbf{r}_i) \tag{13.2}$$

che derivata rispetto al tempo fornisce:

$$\dot{A} = \sum_{1}^{N} (m_i \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i + m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \cdot \mathbf{r}_i)$$
(13.3)

e quindi, utilizzando le equazioni del moto e riconoscendo che il primo termine a destra è il doppio dell'energia cinetica  $\mathcal{T}$ , si ottiene:

$$\dot{A} = 2\mathcal{T} + \sum_{1}^{N} \mathbf{F}_{i} \cdot \mathbf{r}_{i} \quad . \tag{13.4}$$

Possiamo ora applicare una media temporale nell'intervallo  $[0, \tau]$ :

$$\left\langle \dot{A} \right\rangle = \frac{1}{\tau} \int \dot{A} \, dt = \left\langle 2T \right\rangle + \left\langle \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_{i} \cdot \mathbf{r}_{i} \right\rangle .$$
 (13.5)

Se il sistema rimane legato, cioè nessuna particella sfugge all'infinito, le posizioni  $\mathbf{r}_i$  e le sue derivate rimarrano finite. Pertanto  $\dot{A}$  non divergerà mai nell'integrale della (13.5) e perciò per  $\tau \to \infty$  si annullerà. In conclusione ottiene:

$$\langle 2\mathcal{T} \rangle + \left\langle \sum_{1}^{N} \mathbf{F}_{i} \cdot \mathbf{r}_{i} \right\rangle = 0$$
 (13.6)

che è appunto la forma generale del teorema del viriale. Nel caso specifico di forze interne gravitazionali si può riscrivere il secondo termine come energia potenziale:

$$\left\langle \sum_{1}^{N} \mathbf{F}_{i} \cdot \mathbf{r}_{i} \right\rangle = \left\langle -G \sum_{1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{m_{i} m_{j}}{r_{ij}} \right\rangle = \left\langle \Omega \right\rangle$$

e pertanto il teorema del viriale diventa:

$$\langle 2\mathcal{T} \rangle + \langle \Omega \rangle = 0 \quad . \tag{13.7}$$

L'energia cinetica media può essere legata all'energia interna del sistema usando la teoria cinetica dei gas; infatti l'energia cinetica media del sistema corrisponde nelle ipotesi presenti all'energia interna termodinamica (moto disordinato su tutti i gradi di libertà, traslazionali e rotazionali); per sistemi di particelle con più gradi di libertà:

$$\mathcal{T} = \frac{3}{2} \left( \gamma - 1 \right) U$$

dove l'esponente adiabatico  $\gamma$  è legato ai gradi di libertà f delle particelle costituenti il sistema,  $\gamma = 1 + 2/f$ .

Pertanto il teorema del viriale risulta:

$$\langle 3(\gamma - 1)U\rangle + \langle \Omega \rangle = 0 \tag{13.8}$$

Riferendoci ad un sistema di masse interagenti gravitazionalmente possiamo ora calcolare la variazione di energia interna quando una struttura equilibrio stazionario vari lentamente verso un nuovo stato di equilibrio per stati di quasi-equilibrio, ad esempio attraverso una contrazione. In una transizione per stati di quasi-equilibrio, che mantenga cioè l'equilibrio macroscopico, si può porre (tralasceremo le parentesi che indicano le medie):

$$\frac{d\Omega}{dt} = -3\left(\gamma - 1\right)\frac{dU}{dt} \tag{13.9}$$

Quindi parte dell'energia gravitazionale si trasforma in energia cinetica. Corrispondentemente la temperatura della stella varia. La rimanente energia liberata dalla contrazione, secondo il teorema dell'energia, deve lasciare il sistema, verosimilmente sotto forma di irraggiamento. Una stella può dunque sostenere la propria luminosità attraverso la contrazione gravitazionale e allo stesso tempo riscaldarsi.

La (13.9) mostra che per  $\gamma=5/3$  metà della variazione di energia gravitazionale si trasforma in variazione di energia interna, e quindi aumento di temperatura, mentre metà viene irraggiata. Per  $\gamma \geq 4/3$  la variazione di energia gravitazionale risulta sempre maggiore o eguale in valore assoluto di quella dell'energia interna, mentre per  $\gamma < 4/3$  il sistema risulta instabile perchè ogni variazione di energia gravitazionale comporta una maggior variazione di energia interna e quindi non permette di giungere ad uno stato di equilibrio a meno di ricorrere ad una sorgente esterna di energia.

Il teorema del viriale risulta, come vedremo, utile per definire i tempi scala evolutivi per trasformazioni di quasi-equilibrio.

#### 13.2 Fasi evolutive caratteristiche

Le fasi stellari che possono essere previste sulla base delle precedenti considerazioni sono essenzialmente tre.

1. Fasi termonucleari. Si tratta di fasi in cui l'irraggiamento stellare è sostentuo dalla produzione di energia termonucleare nelle regioni centrali di

alta temperatura,  $T \geq 5 \times 10^6$  K. Si può valutare la durata di queste fasi considerando che le trasformazioni nucleari liberano tipicamente energie dell'ordine di  $10^{-3}Mc^2$ , ove il fattore riduttivo include un 1% di efficienza di conversione di energia di massa e una percentuale del 10% di massa in cui avviene la conversione di idrogeno in elementi di massa maggiore. In prima approssimazione si ottiene:

$$t_{nucl} \simeq 10^{-3} \frac{Mc^2}{\mathcal{L}} = 1.5 \times 10^{10} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) \left(\frac{\mathcal{L}_{\odot}}{\mathcal{L}}\right) \text{ anni}$$
 (13.10)

Si tratta di fasi estremamente lunghe, in cui la stella rimane sostanzialmente immutata.

2. Fasi di contrazione di quasi-equilibrio, tempo di Kelvin. Nelle fasi in cui le temperature centrali non permettano bruciamenti termonucleari, le stelle tendono a raffreddarsi per le perdite radiative. Il teorema del viriale ci permette di valutare che si può tendere a nuove configurazioni di maggior temperatura centrale attraverso contrazioni di quasi-equilibrio in tempi caratteristici di Kelvin (nel caso di  $\gamma = 5/3$  e stella omogenea):

$$t_K \simeq -\frac{\Omega}{2\mathcal{L}} = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{\mathcal{L}R} = 9.4 \times 10^6 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) \left(\frac{\mathcal{L}_{\odot}}{\mathcal{L}}\right) \left(\frac{R_{\odot}}{R}\right) \text{ anni (13.11)}$$

I tempi di contrazione alla Kelvin sono dunque relativamente più brevi e rappresentano fasi evolutive che coprono intervalli tra combustioni termonucleari successive in quanto consentono di aumentare la temperatura delle regioni centrali delle stelle finoa raggiungere la temperatura d'innesco delle nuove reazioni.

3. Fasi dinamiche di caduta libera. Quando la pressione stellare non mantiene lo stato di quasi-equilibrio e la stella non possa sorreggersi contro la gravità, la dinamica prende il sopravvento e non sono possibili soluzioni di equilibrio. Si può dire che la stella collasserà secondo la relazione:  $\ddot{R} = -GM/R^2$ . Si tratta delle fasi iniziali della formazione stellare e di quelle finali del collasso verso stati compatti. I tempi scala sono molto brevi; integrando si ottiene:

$$t_{coll} \simeq \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R^3}{2GM}} = 5.4 \times 10^{-5} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{3/2} \text{ anni}$$
 (13.12)

Il Sole, qualora venisse a mancare la pressione termica, collasserebbe su se stesso in circa 30 minuti.

Le fasi termonucleari sono dunque le più persistenti e corrispondono alle stelle normalmente osservabili. Le fasi di contrazione di quasi equilibrio e di collasso sono invece relativamente rapide. Le fasi di collasso in particolare non possono essere trattate con sequenze di modelli quasi-stazionari, ma con calcoli che includano esplicitamente la dinamica. In tal caso si debbono cioè usare equazioni differenziali alle derivate parziali nel tempo t e nelle tre coordinate spaziali.

#### 13.3 Fasi iniziali dell'evoluzione stellare

Le evidenze osservative indicano che le stelle si formano all'interno della Galassia attraverso la contrazione di dense nuvole di gas interstellare e polveri. Per lo più queste condizioni si realizzano nei bracci di spirale dove si riconoscono stelle di popolazione I. Poiché la Galassia è stimata avere una massa di circa 100 miliardi di masse solari in stelle e la sua età è di circa 10 miliardi di anni, ciò comporta che il ritmo medio di formazione stellare è di circa  $10~M_{\odot}$  per anno. Naturalmente nelle fasi iniziali tale ritmo può essere stato molto più elevato perché molto gas era disponibile.



Fig. 13.1: Formazione stellare in Orione osservata nell'infrarosso

Le nebulose del tipo di Orione o dell'Aquila e la presenza di ammassi stellari indicano inoltre che le stelle non si formano singolarmente ma in associazioni più o meno legate contenenti da poche migliaia fino a 100.000 stelle (Fig. 13.1).

#### 13.3.1 La contrazione delle nuvole del mezzo interstellare

Jeans nel secolo scorso formulò quantitativamente le condizioni fisiche che permettono ad una nuvola di gas freddo del mezzo interstellare di diventare gravitazionalmente instabile e condensarsi in una protostella. Una semplice derivazione del *criterio di Jeans* è basata sull'utilizzo del teorema del viriale.

Si consideri un gas perfetto omogeneo e infinito a densità  $\rho$  e temperatura T. All'interno di tale distribuzione si generi una condensazione di raggio  $R_c$  e massa  $M_c$ . Essa diventerà instabile e si separerà dal resto del gas se l'energia gravitazionale sarà più grande dell'energia interna; in base alla (13.7), si può porre:

$$\frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c} \ge \frac{3}{2} N_c kT = \frac{3}{2} \frac{M_c}{\mu H} kT \tag{13.13}$$

con  $M_c = (4\pi/3) \rho R_c^3$ ; si ricava immediatamente che stelle si formano per:

$$R \geq R_J = \left(\frac{15kT}{4\pi\mu HG\rho}\right)^{1/2} = 4.2 \times 10^7 \left(\frac{T}{\mu\rho}\right)^{1/2} \text{ cm}$$
 $M \geq M_J = \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{5kT}{\mu HG}\right)^{3/2} = 3 \times 10^{23} \left(\frac{T^3}{\mu^3\rho}\right)^{1/2} \text{ gm}$ 

che sono appunto detti *raggio e massa di Jeans* rispettivamente. Utilizzando i valori del plasma interstellare della nostra Galassia, l'instabilità gravitazionale si ha per:

$$T \simeq 10 \div 100 \text{ K}$$
  
 $\rho \simeq 10^{-22} \div 10^{-24} \text{ gm cm}^{-3}$   
 $R_J \simeq 10 \div 100 \text{ pc}$   
 $M_J \simeq 10^3 \div 10^5 M_{\odot}$ 

da cui si ricava che le nuvole instabili debbono essere inizialmente di grande massa, corrispondenti agli ammassi stellari più che alle singole stelle.

Si noti che la (13.12) indica che la contrazione della nuvola dipende dalla densità soltanto, quindi una nuvola a densità uniforme subirà una contrazione omologa. Si può inoltre assumere che inizialmente la contrazione sia isoterma in quanto la nuvola è trasparente alla radiazione e l'energia gravitazionale liberata è persa per irraggiamento.

Col procedere della contrazione isoterma la densità cresce e all'interno della nuvola la massa limite di Jeans decresce: pertanto si avrà una frammentazione in masse che si avvicinano alle masse stellari osservate. È possibile anche definire un limite inferiore alle masse che si possono formare nella frammentazione, in quanto all'aumentare della densità i frammenti diventano opachi e quindi la contrazione cambia in adiabatica. Il legame adiabatico tra densità e temperatura comporta che la massa di Jeans sia  $M_J \propto \rho^{(3\gamma-4)/2}$  e cresca per  $\gamma > 4/3$ : un frammento adiabatico non può quindi frammentarsi ulteriormente. Si calcola il limite inferiore per la frammentazione quantificando le condizioni fisiche del passaggio da contrazione isoterma ad adiabatica, ottenendo  $M_{J \min} \approx 0.1 M_{\odot}$ .

Hayashi negli anni 1960 estese la teoria di Jeans introducendo nel calcolo altri effetti fisici che contribuiscono alla definizione dello stato termodinamico della nuvola. Il mezzo interstellare nelle condizioni fisiche suddette è composto di atomi e molecole di idrogeno ed elementi pesanti, molecole di  $H_2O$ ,  $CH_4$ ,  $NH_3$ , anche condensate in granuli di alcuni micron di diametro. I dati disponibili indicano una densità di granuli  $n_{gran} \sim 10^{-13} n_{gas}$ . Molecole e soprattutto granuli sono importanti anche se in bassa concentrazione perché assorbono con efficienza la radiazione stellare e i raggi cosmici, favorendo il riscaldamento della nuvola. Allo stesso tempo riemettono la radiazione assorbita nelle linee molecolari delle bande infrarosse, producendo un rapido raffreddamendo.

Hayashi ha valutato il bilancio dettagliato dei vari processi in una nuvola trasparente alla radiazione e ai raggi cosmici. I risultati sono riassunti schemati-

camente nella Fig. 13.2 con riferimento ad una nuvola di  $1M_{\odot}$ . La linea tratteggiata  $\alpha$  rappresenta il criterio di Jeans in condizioni marginali: al di sopra della linea la nuvola tende ad espandersi, al di sotto può continuare a condensarsi. La curva  $\beta$  definisce il bilancio tra processi di raffreddamento e di riscaldamento: al di sopra prevale il raffreddamento, al di sotto il riscaldamento. Le frecce mostrano le tipiche direzioni evolutive di nuvole caratterizzate da dati valori iniziali di  $\rho, T$ : al di sopra (al di sotto) della curva  $\beta$  una nuvola si raffredda (si riscalda) a densità costante e, raggiungendo la curva dove i processi si bilanciano, inizia a condensarsi o ad espandersi a seconda che si trovi a destra o a sinistra dell'intersezione tra  $\alpha$  e  $\beta$ , in accordo col criterio di Jeans. Dalla figura si ricava che la formazione di una stella di tipo solare può avvenire dunque solo nel caso che la densità iniziale sia  $\rho \geq 10^{-18}$  gm cm<sup>-3</sup>, in quanto densità minori portano ad espansione.

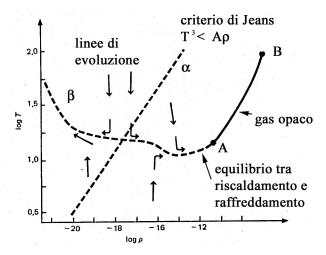


Fig. 13.2: Curve di evoluzione delle nuvole in contrazione di Jeans secondo Hayashi

Nel caso della contrazione, la nuvola segue la curva di bilancio energetico e, poiché la pressione interna risulta inadeguata a contrastare la forza gravitazionale, evolve sostanzialmente in condizioni di caduta libera a temperatura costante, quindi su tempi scala brevi: per una nuvola di  $1M_{\odot}$  con raggio di  $10^6R_{\odot}$  il tempo di contrazione è di circa  $10^4$  anni.

Al punto A la nuvola diventa opaca alla radiazione e prosegue nella sua evoluzione attraverso una fase di contrazione adiabatica più lenta e, come previsto dal teorema del viriale, inizia a riscaldarsi. L'aumento di pressione interna avviene soprattutto nelle zone centrali della nuvola che raggiungono una specie di equilibrio idrostatico e generano un'onda d'urto nel materiale esterno che si contrae ancora a velocità di caduta libera. La propagazione dell'onda d'urto ionizza il materiale e "accende" la nuvola: si può quindi parlare di pro-

tostella. L'aumento di temperatura e di luminosità è infatti caratteristico di oggetti luminosi che appaiono in zone nebulari: si parla di fase FU Orionis con riferimento al prototipo osservativo, l'oggetto nella nebulosa di Orione che si accese nel 1936 variando di 6 magnitudini in 4 mesi. Si ricordi che in tutte queste fasi l'irraggiamento è sostenuto dall'energia liberata dalla contrazione gravitazionale.

Naturalmente questi calcoli non tengono conto degli effetti di dinamica violenta e della rotazione che invece hanno riscontri osservativi. Come abbiamo detto, la nuvola è inizialmente in fase di caduta libera e per sistemarsi in condizioni di quasi-equilibrio con  $\gamma > 4/3$  deve certamente subire fasi di assestamento dinamicamente attive. Questa fase è nel grafico rappresentata dal tratto continuo A-B.

Altri segni di attività dinamica delle nuvole sono stati recentemente raccolti da telescopi ad alta sensibilità e risoluzione che hanno evidenziato la riespulsione di parte del materiale al momento dell'accensione sotto forma di getti supersonici. Il telescopio spaziale Hubble ha anche rivelato che la condensazione non avviene in condizioni di simmetria sferica, bensì, data la presenza di un momento angolare, sotto forma di un disco di accrescimento con eventuale espulsione collimata di materia (Fig. 13.3).

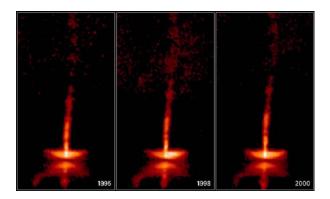


Fig. 13.3: Dinamica della formazione stellare con espulsione di getti da un disco di accrescimento

L'evoluzione delle nuvole oltre il punto B fino alla formazione delle protostelle è stata seguita in dettaglio con simulazioni numeriche che tengono conto della dinamica e permettono di disegnare tracce evolutive in un diagramma HR teorico. Larson, Appenzeller e Tscharnuter negli anni 1970 hanno messo in evidenza diversi aspetti dinamici che indicano che la protostella raggiunge l'equilibrio idrostatico sull'intera struttura nella regione delle cosiddette tracce di Hayashi che discuteremo nel prossimo paragrafo. In Fig. 13.4 è riportata la traccia evolutiva del collasso di una nuvola di massa solare a partire dal momento in cui il suo nucleo centrale raggiunge un primo equilibrio idrostatico. A questo punto la luminosità della nuvola cresce per la generazione dell'onda d'urto

nell'inviluppo in caduta libera sul nucleo; nel contempo la caduta di tale nuovo materiale sul nucleo centrale ne aumenta la temperatura fino ai 1800 K dove la dissociazione delle molecole di idrogeno genera una caduta di pressione. La contrazione del nucleo riprende e un nuovo equilibrio idrostatico. Il processo si ripete quando la contrazione porta la temperatura a valori che consentono la ionizzazione dell'idrogeno (10<sup>4</sup> K) e poi dell'elio (10<sup>5</sup> K). Un equilibrio idrostatico globale viene raggiunto quando il raggio è 5-10 volte quello del Sole attuale. Il materiale esterno continua ad accrescere sul nucleo sempre con generazione di onde d'urto, ma la liberazione di energia gravitazionale diventa debole e la luminosità diminuisce.

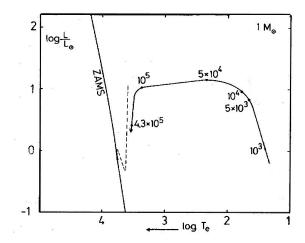


Fig. 13.4: Traccia evolutiva della contrazione di una nuvola protostellare di massa solare; le cifre indicano i tempi evolutivi a partire dalla formazione di un nucleo centrale in equilibrio idrostatico (punto A di Fig. 13.2). La linea tratteggiata rappresenta la traccia di Hayashi. ZAMS è la sequenza principale di età zero (Zero Age Main Sequence)

#### 13.3.2 Evoluzione pre-Sequenza Principale

Raggiunto l'equilibrio idrostatico la protostella è di tipo convettivo perchè l'opacità è grande rispetto alle radiazioni corrispondenti a un corpo nero di temperature  $\approx 1000~\rm K.~Il$  trasporto convettivo è molto efficiente e quindi la superficie della protostella produce una luminosità relativamente alta; un sottile strato radiativo definisce la temperatura superficiale  $T_{eff}$  per cui è possibile seguirne l'evoluzione sul diagramma HR teorico.

#### Fase convettiva di Hayashi

Hayashi ha mostrato che i modelli interamente convettivi (a parte un sottile strato radiativo superficiale) si dispongono lungo una linea del diagramma HR detta traccia di Hayashi: alla sua destra non esistono strutture di equilibrio, in quanto non esiste un trasporto energetico efficiente alle basse temperature e non possono quindi formarsi strutture di equilibrio: collassano al limite di Hayashi in tempi di caduta libera.

Possiamo ora seguire l'evoluzione della protostella sul diagramma HR teorico (Fig. 13.5). Alla fine della contrazione della nuvola originaria sopra descritta, la protostella si trova in un punto sulla linea del limite di Hayashi ed evolve secondo il tempo scala di Kelvin

$$t_{Hayashi} = t_K \simeq 10^7 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{R_{\odot}}{R}\right)^3 \left(\frac{T_{eff,\odot}}{T_{eff}}\right)^4 \text{ anni}$$
 (13.14)

ove tipicamente  $(T_{eff\odot}/T_{eff})^4 \simeq 10$ . Sul diagramma si muove verticalmente a temperatura superficiale quasi costante lungo la linea di Hayashi e la sua luminosità  $\mathcal{L} \propto R^2 T_{eff}^4$  decresce a causa della diminuzione del raggio;  $T_{eff}$  è sostanzialmente costante, in quanto fissata dagli strati radiativi superficiali che non risentono direttamente del cambiamento di struttura fisica delle regioni interne della stella. L'irraggiamento è sostenuto dalla liberazione di energia gravitazionale, che allo stesso tempo determina un riscaldamento della temperatura centrale:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{10}\frac{GM^2}{R^2}\frac{dR}{dt} \qquad (\gamma = \frac{5}{3}) .$$

#### Fase radiativa di Henyey

L'aumento di temperatura e la ionizzazione di idrogeno ed elio comportano una diminuzione dell'opacità e quindi interviene il trasporto radiativo che si estende rapidamente a tutta la protostella. A quel punto la temperatura centrale è cresciuta a sufficienza perché si inneschino le prime reazioni termonucleari: non si completa tutto il ciclo CNO, ma già si hanno reazioni esotermiche dalla trasformazione di  $C^{12}$  in  $N^{14}$ ; anche nella catena p-p si ha produzione di energia dal bruciamento del deuterio. Di conseguenza la temperatura interna e quella superficiale  $T_{eff}$  crescono, per cui la traccia evolutiva si muoverà a sinistra del diagramma HR, anche con leggero aumento della luminosità (traccia di Henyey).

Nelle stelle di massa maggiore questo passaggio da convettivo a radiativo avviene molto presto perchè si raggiungono presto temperature più elevate essendo l'energia gravitazionale dissipata superiore. Stelle di massa minore di quella del Sole hanno invece più difficoltà a raggiungere la fase radiativa proprio perché le loro temperature sono inferiori. Una stella di massa  $\leq 0.5 M_{\odot}$  non presenta alcuna fase radiativa.

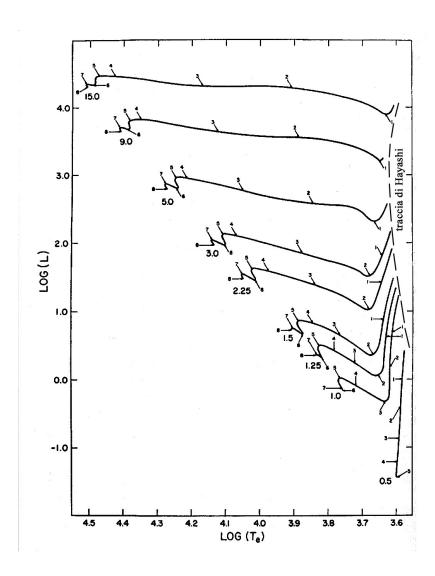


Fig. 13.5: Tracce evolutive teoriche pre-sequenza-principale; è indicata la traccia di Hayashi; i numeri si riferiscono ai tempi scala riportati in Fig. 13.6

Mass	Age	of Model at	Points (in y	vears)
$({ m M}_{\odot})$	1	2	3	$oldsymbol{4}$
15.0	6.740(2)	3.766 (3)	9.350(3)	2.203(4)
9.0	1.443(3)	1.473(4)	3.645(4)	6.987(4)
5.0	2.936(4)	1.069(5)	2.001(5)	2.860(5)
3.0	3.420(4)	2.078(5)	7.633(5)	1.135(6)
2.25	7.862 (4)	5.940(5)	1.883(6)	2.505(6)
1.5	2.347(5)	2.363(6)	5.801(6)	7.584(6)
1.25	4.508 (5)	3.957(6)	8.800 (6)	1.155(7)
1.0	1.189(5)	1.058(6)	8.910(6)	1.821(7)
0.5	3.195(5)	1.786(6)	8.711 (6)	3.092(7)
Mass	Age	of Model at	Points (in y	years)
$({ m M}_{\odot})$	5	6	7	8
15.0	2.657(4)	3.984 (4)	4.585 ( <b>4</b> )	6.170 (4)
9.0	7.922 (4)	1.019(5)	1.195(5)	1.505(5)
5.0	3.137 (4)	3.880(5)	4.559(5)	5.759(5)
3.0	1.250 (6)	1.465(6)	1.741(6)	2.514(6)
2.25	2.818 (6)	3.319(6)	3.993(6)	5.855(6)
1.5	8.620 (6)	1.043(7)	1.339(7)	1.821(7)
1.25	1.404 (7)	1.755(7)	2.796(7)	2.945(7)
1.0	2.529 (7)	3.418(7)	5.016(7)	,
0.5	1.550 (8)		. ,	

Fig. 13.6: Tempi scala evolutivi per stelle pre-sequenza-principale con riferimento alle tracce di Fig. 13.5; i numeri tra parentesi indicano potenze di 10.

Fase	$15M_{\odot}$	)	)	)		$0.5M_{\odot}$
Hayashi	$7 \times 10^2$	$2 \times 10^3$	$3 \times 10^{4}$	$2 \times 10^{5}$	$9 \times 10^{6}$	$2 \times 10^{8}$
Henyey	$6 \times 10^{4}$	$2 \times 10^5$	$6 \times 10^{5}$	$3 \times 10^{6}$	$5 \times 10^7$	_

Tab. 13.1: Tempi scala evolutivi nelle fasi pre-sequena principale

In Tab. 13.1 sono riassunti i tempi scala caratteristici delle fasi iniziali evolutive per stelle di diversa massa, a partire dalla traccia di Hayashi fino alla sequenza principale.

In Fig. 13.7 è illustrata la variazione delle grandezze fisiche din una stella di tipo solare nell'avvicinamento alla sequenza pricipale.

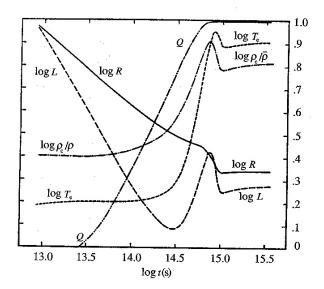


Fig. 13.7: Evoluzione vero la sequenza principale di una protostella di massa solare secondo Iben. La quantità Q è il rapporto tra la porzione di massa della stella in equilibrio radiativo e la porzione in equilibrio convettivo: illustra il passaggio dalla fase di Hayashi a quella di Henyey.

La fase pre-sequenza termina quando la protostella raggiunge una temperatura centrale elevata per completare il ciclo termonucleare della catena p-p a  $T_c \approx 4 \times 10^6$  K. A quel punto la stella rimane in equilibrio a raggio praticamente costante e la produzione di energia per contrazione gravitazionale diventa del tutto trascurabile.

Solo un certo intervallo di masse può raggiungere la fase di sequenza principale. Stelle di massa  $<0.08~M_{\odot}$  a causa della loro bassa gravità non raggiungono

mai temperature sufficienti per innescare il bruciamento dell'idrogeno. Al contrario in stelle di massa grande > 90  $M_{\odot}$  la pressione di radiazione è dominante e rende instabile la struttura. Occorre confrontare il gradiente di pressione idrostatico con quello della pressione di radiazione vicino alla superficie della stella:

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \tag{13.15}$$

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}$$

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa}\rho}{c} \frac{\mathcal{L}}{4\pi r^2}$$
(13.15)

L'atmosfera sarà in equilibrio solo per

$$\mathcal{L} \le \mathcal{L}_{Edd} = \frac{4\pi Gc}{\bar{\kappa}} M \tag{13.17}$$

dove il limite è detto luminosità di Eddington. Per opacità data dalla diffusione elettronica si ottiene:

$$\frac{\mathcal{L}_{Edd}}{\mathcal{L}_{\odot}} \approx 3.8 \times 10^4 \frac{M}{M_{\odot}} \text{ erg s}^{-1}$$
 (13.18)

che comporta che stelle > 90  $M_{\odot}$  soffrono forti perdite di massa.

Osservativamente è difficile avere dati su stelle in fase pre-sequenza perché in genere sono avvolte in nubi dense di gas e polveri che le oscurano. Molte informazioni vengono oggi dall'astronomia infrarossa che usa una banda meno assorbita. Una classe di oggetti molto luminosi e con perdita di massa sono le stelle T Tauri con grande abbondanza di litio che indica una fase iniziale delle reazioni termonucleari dell'idrogeno. Il telescopio spaziale Hubble ha inoltre scoperto protostelle circondate da dischi protoplanetari, i proplyds (Fig. 13.8).



Fig. 13.8: Una protostella con disco protoplanetario osservato da HST in Orione

# 13.4 Fase termonucleare della Sequenza Principale

La fase di Sequenza Principale del diagramma HR (che d'ora in avanti indicheremo, come tradizionalmente accettato, con l'espressione inglese Main Sequence, MS) corrisponde allo stadio evolutivo in cui la sorgente di energia nelle stelle è la fusione dell'idrogeno, l'elemento più abbondante nella materia cosmica. Durante questa fase le stelle sono in equilibrio stabile in quanto l'energia fornita dalle reazioni termonucleari è in grado di mantenere la pressione al livello necessario per contrastare la forza gravitazionale e impedire la contrazione.

Abbiamo già discusso che solo stelle nell'intervallo  $0.08 \le M \le 90 M_{\odot}$  possono in effetti rimanere in equilibrio sulla MS. Stelle di massa minore non raggiungono mai le temperature necessarie per l'innesco del processo e proseguono quindi nella fase di contrazione verso strutture di tipo planetario. Stelle di massa maggiore risultano invece instabili a causa dell'elevata temperatura che comporta una forte pressione di radiazione che rende instabile l'atmosfera.

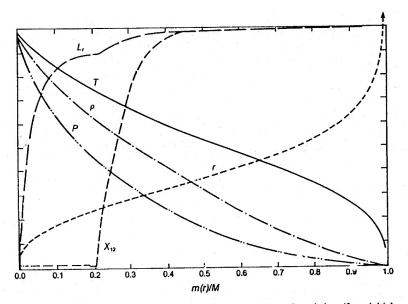
Ricordiamo anche che il teorema di Vogt-Russell stabilisce che la struttura delle stelle sulla MS dipende dalla massa e dalla composizione chimica. Inoltre nel Capitolo precedente abbiamo discusso come questa struttura sia estremamente ben definita data la criticità dell'equilibrio energetico tra luminosità prodotta e irraggiata.

Dividiamo la discussione per stelle che appartengono alla parte alta e alla parte bassa della MS le cui caratteristiche fisiche sono molto diverse.

#### 13.4.1 Stelle dell'alta MS, $M \geq 1.5 M_{\odot}$ .

Data la grande massa la forza di gravità è elevata e pertanto elevata dev'essere la pressione che la sostiene. Inoltre il teorema del viriale assicura che, data la cospicua energia gravitazionale liberata nella contrazione, queste stelle raggiungono temperature centrali elevate,  $T_c \ge 1.8 \times 10^7$  K, e bruciano l'idrogeno secondo il ciclo CNO, quindi molto efficientemente. A  $T_c \approx 1.8 \times 10^7$  K la potenza del ciclo CNO e della catena p-p si equivalgono e questa è appunto la temperatura centrale di una stella di 1.5  $M_{\odot}$ . Peraltro il ciclo dipende fortemente dalla temperatura, e quindi solo la regione più calda e più interna della stella (nucleo) brucia l'idrogeno, ma lo fa tumultuosamente per cui il trasporto di energia avviene attraverso moti convettivi. La regione esterna (inviluppo) dove non vi è produzione di energia risulta invece radiativa. Tra le due zone si crea uno strato di transizione attraverso il quale l'abbondanza dell'idrogeno è fortemente discontinua: nel nucleo l'abbondanza dell'idrogeno decresce per effetto del bruciamento ma la convezione rimescola il mezzo e assicura una composizione omogenea; invece nell'inviluppo si conserva la composizione chimica originaria.

Durante l'evoluzione la massa del nucleo convettivo diminuisce gradualmente perché l'idrogeno diminuisce, mentre la luminosità cresce leggermente: la stella tende a muoversi verso le zone a destra in alto nel diagramma HR (Fig. 13.13).



Model of a 5  $M_{\odot}$  star on the main sequence at an elapsed time (from initial pre-main-sequence model) of  $6.099 \times 10^5$  years. Lower ordinate is zero, and upper values such that  $r = 1.846 U R_{\odot}$ ;  $P_c = 8.0274 \times 10^{16}$  dynes cm<sup>-2</sup>;  $P_c = 21.43$  g cm<sup>-2</sup>;  $P_c = 2.7339 \times 10^7$  K;  $L = 631.3 L_{\odot}$ ; initial abundance of C<sup>12</sup> is  $X_{12} = 3.61 \times 10^{-3}$ . The total radius of the needel is  $R = 2.397 R_{\odot}$ .

Fig. 13.9: Modello di una stella di 5 masse solari sulla MS all'età di 600 mila anni.

Quando l'idrogeno nel nucleo è esaurito, l'intera stella si contrae rapidamente e si libera energia gravitazionale che aumenta la luminosità: quindi la temperatura deve crescere e ciò porta al bruciamento dell'idrogeno in una shell esterna al nucleo. Anche la temperatura della stella aumenta per contrastare la diminuzione del raggio e la traccia evolutiva si sposta in alto a sinistra.

In Fig. 13.9 è riportato il modello della stella di 5  $M_{\odot}$  all'età di 600.000 anni dall'arrivo sulla MS.

#### 13.4.2 Stelle della bassa MS, $M \leq 1.5 M_{\odot}$ .

Queste stelle hanno gravità più bassa e quindi temperature centrali inferiori,  $T_c \leq 1.8 \times 10^7$  K, per cui bruciano l'idrogeno secondo la catena p-p. Poiché questa catena ha minor potenza ed una più lenta dipendenza dalla temperatura, i nuclei termonucleari non sono instabili convettivamente e si estendono su una porzione maggiore del corpo stellare. Invece l'opacità delle regioni esterne della stella risulta grande a causa della bassa temperatura del gas stellare, e di conseguenza per trasmettere il flusso di fotoni l'inviluppo stellare diventa instabile convettivamente. Al contrario delle stelle di grande massa dunque le stelle di



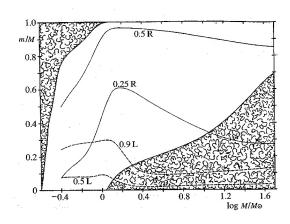


Fig. 13.10: Distribuzione delle zone convettive e radiative nelle stelle di diversa massa. Le zone radiative sono bianche, quelle convettive ricciolute

L'assenza di convezione nel nucleo fa sì che l'idrogeno si consumi più rapidamente nel centro e si crei un gradiente di composizione chimica: l'abbondanza di idrogeno aumenta verso l'esterno dove si salda con la composizione originaria dell'inviluppo.

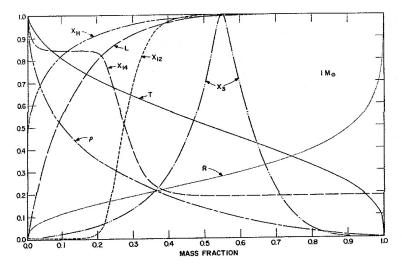
Per la diminuzione dell'idrogeno il nucleo della stella subisce una leggera contrazione che la porta ad una temperatura più alta con raggio e luminosità maggiori: nel diagramma HR si muove praticamente lungo la MS (Fig. 13.13). Il nostro Sole si trova in questa fase: in Fig. 13.11 è riportato un modello del Sole a 4.2 miliardi di anni dalla formazione sulla MS, mentre l'età attuale è intorno ai 4.5 miliardi di anni. La luminosità attuale è aumentata del 30% dal momento della formazione e il raggio è cresciuto di circa il 10%. Quando l'idrogeno si esaurirà nel centro del nucleo la stella si raffredderà e si sposterà a destra nel diagramma HR: il centro sarà di puro elio con una spessa shell intorno dove ancora l'idrogeno brucerà.

Stelle di massa  $0.08M_{\odot} \leq M \leq 0.26M_{\odot}$  hanno un'evoluzione molto semplice: esse rimangono completamente convettive il che comporta che tutto l'idrogeno è disponibile per il bruciamento. Tuttavia date le basse temperature il bruciamento è molto lento. Quando l'idrogeno è esaurito diventano nane bianche di puro elio, come studieremo più avanti.

#### 13.4.3 Proprietà generali

Le luminosità sono legate alle masse dalle seguenti correlazioni (Fig. 13.12):

- per  $0.4 \le M \le 10 M_{\odot}$  si ha  $\mathcal{L} \propto M^4$
- per  $M \leq 0.4$  e per  $M \geq 10 M_{\odot}$  si ha  $\mathcal{L} \propto M^{\beta}$  con  $\beta < 4$



The interior structure of a 1  ${\rm M}_{\odot}$  star, 4.26990 × 10<sup>9</sup> years after reaching the ZAMS. The model is located between points 1 and 2 in Fig. 13.1. The maximum ordinate values of the parameters are  $R=0.96830~{\rm R}_{\odot},~\rho=159.93~{\rm g~cm}^{-3},~T=15.910\times10^{6}~{\rm K},~L=1.0575~{\rm L}_{\odot},~X_{\rm H}=0.708,~X_3=4.20\times10^{-3},~X_{12}=3.61\times10^{-3},~{\rm and}~X_{14}=6.40\times10^{-3}.$  (Figure from Iben, Ap.~J.,~147,~624,~1967.)

Fig. 13.11: Struttura del Sole sulla MS all'età di 4.2 miliardi di anni. Le  $X_i$  sono le abbondanze degli elementi con numero di massa  $A_i$ . Il raggio è lo 0.96 del raggio attuale, la temepratura 15 milioni di gradi, la luminosità è del 5% maggiore di quella attuale. La produzione di energia avviene entro il 30% della massa concentrata nel 20% del raggio.

• i raggi sono correlati alle masse  $R \propto M$ , e di conseguenza  $T_{eff} \propto M^{1/2}$ .

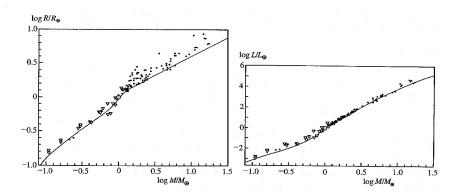


Fig. 13.12: Raggi e luminosità in funzione della massa per stelle sulla MS

La durata della fase di MS è valutabile semplicemente considerando che una stella in media brucia solo il 10% del proprio idrogeno in quanto solo le zone centrali hanno energie sufficientemente elevate, e circa lo 0.6% della massa dell'idrogeno bruciato è trasformata in luminosità:

$$t_{MS} \simeq 0.0006 \frac{Mc^2}{\mathcal{L}} \simeq 10^{10} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^3$$
 anni .

Si calcola immediatamente che le stelle  $M \leq 0.8 M_{\odot}$  hanno età maggiori di quella stimata per l'Universo e risalgono quindi alle prime condensazioni nel corpo della Galassia, mentre stelle  $M \geq 10 M_{\odot}$  possono essere presenti solo in regioni di recente formazione e ammassi giovani.

## 13.5 Evoluzione post-MS, $M \ge 2 M_{\odot}$

Quando nei nuclei delle stelle della MS l'idrogeno si avvicina all'esaurimento, l'irraggiamento non è più bilanciato dal rifornimento energetico e la pressione termica del gas rapidamente decresce. Di conseguenza la forza gravitazionale riprende il sopravvento ed inizia una fase di contrazione di quasi-equilibrio. In Fig. 13.13 sono riportate le tracce evolutive delle fasi post-MS calcolate da Iben negli anni 1960; in Fig. 13.14 sono riportati i tempi evolutivi negli intervalli delle tracce. Nonostante l'apparente somiglianza la storia evolutiva delle stelle di grande e di piccola massa si differenzia fortemente.

Iniziamo la discussione dalle stelle di massa maggiore di quella solare. Le regioni interne della stella in fase di esaurimento dell'idrogeno iniziano una rapida contrazione e si riscaldano, secondo quanto predetto dal teorema del viriale. Mentre l'idrogeno è quasi esaurito al centro, l'aumento di temperatura comporta

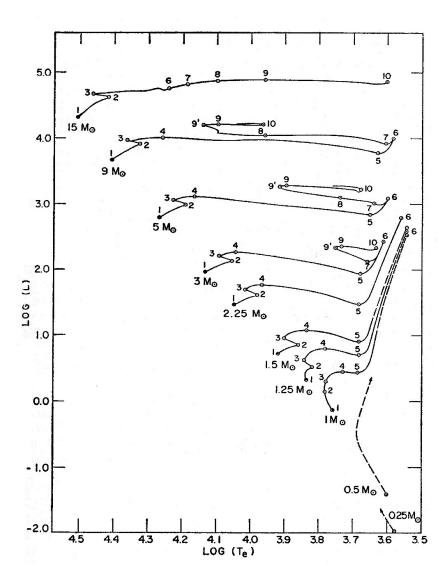
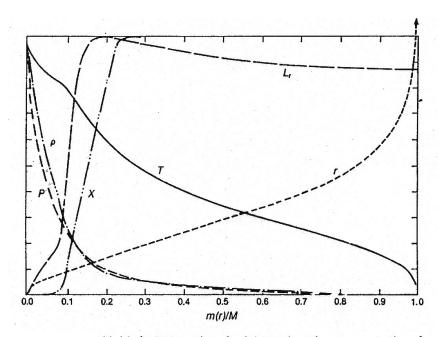


Fig. 13.13: Evoluzione di stelle di diverse masse dalla fase di bruciamento dell'idrogeno sulla sequenza principale fino alla fase di gigante

$\operatorname{Mass}$	Time Interval Between Points (in years)				
$({ m M}_{\odot})$	1-2	2 - 3	3 - 4	4-5	5 - 6
15	1.010 (7)	2.270(5)	<del></del>	<del></del>	
9	2.144 (7)	6.053(5)	9.113(4)	1.477(5)	6.552(4)
5	6.547 (7)	2.173(6)	1.372(6)	7.532(5)	4.857(5)
. 3	2.212(8)	1.042(7)	1.033(7)	4.505(6)	4.238(6)
2.25	4.802 (8)	1.647(7)	3.696(7)	1.310(7)	3.829(7)
1.5	1.553(9)	8.10(7)	3.490(8)	1.049(8)	$\geq 2(8)$
1.25	2.803 (9)	1.824(8)	1.045(9)	1.463(8)	$\geq 4 \ (8)$
1.0	7 (9)	2 (9)	1.20 (9)	1.57 (9)	$\geq 1 \ (9)$
Mass	Time Interval Between Points (in years)				
$({ m M}_{\odot})$	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	,
15	7.17(5)	6.20(5)	1.9 (5)	3.5(4)	***
9	4.90(5)	9.50(4)	3.28(6)	1.55(5)	
<b>5</b>	6.05(6)	1.02(6)	9.00(6)	9.30(5)	
3	2.51(7)	4.08	(7)	6.00(6)	

Fig. 13.14: Tempi scala degli intervalli tra i punti indicati sulle tracce evolutive di Fig. 13.13.



Model of a 5  $M_{\odot}$  star just after it leaves the main sequence at a time of 6.84461 × 10<sup>7</sup> years. Maximum value of the ordinate for each curve;  $r = 2.9198 R_{\odot}$ ;  $P_c = 2.427 \times 10^{17}$  dynes cm<sup>-2</sup>;  $\rho_c = 106.59 \text{ g cm}^{-3}$ ;  $T_c = 3.6164 \times 10^7 \text{ K}$ ;  $L = 1.291 \times 10^3 L_{\odot}$ ; and  $X_c = 0.708$ . The total radius is  $R = 3.942 R_{\odot}$ .

Fig. 13.15: Struttura di una stella di  $5M_{\odot}$  all'uscita della MS con bruciamento dell'idrogeno in una shelle esterna al nucleo

che uno strato esterno circostante il nucleo (circum-nuclear shell) raggiunga le condizioni per bruciare l'idrogeno: l'improvvisa accensione della shell causa un'espansione dell'inviluppo. Il bruciamento della shell ha come conseguenza che il nucleo di elio cresca di dimensioni e tenda a diventare isotermo: infatti poiché in tale zona non esiste produzione di energia  $\mathcal{L}(r)=0$ , e quindi dalla definizione di gradiente radiativo dT/dr=0; in Fig. 13.15 si può notare sia l'appiattimento della distribuzione di temperatura nel nucleo, sia il contributo della shell alla luminosità.

La struttura stellare differisce pertanto da quella di MS in quanto il nucleo centrale è molto compatto e radiativo, mentre l'inviluppo esterno è molto esteso e convettivo (Fig. 13.16). Il punto rappresentativo della stella nel diagramma HR si sposta rapidamente verso la regione delle basse temperature e grandi luminosità, verso la traccia di Hayashi.Schönberg e Chandrasekhar nel 1942 dimostrarono che esiste un limite superiore alla massa di un nucleo isotermo al di sopra del quale non è possibile sorreggere la pressione degli strati sovrastanti della stella.

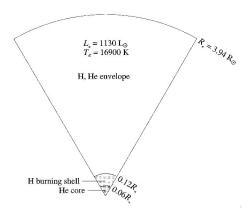


Fig. 13.16: Geometria della stella di  $5M_{\odot}$  nella fase di gigante; le scale del disegno sono solo indicative, il raggio del nucleo è tipicamente dell'ordine dello 0.001-0.01 del raggio totale.

#### 13.5.1 Il limite di Schönberg-Chandrasekhar

Le equazioni dell'equibrio idrostatico e della massa permettono di ottenere:

$$4\pi r^3 \frac{dP}{dM(r)} = -\frac{GM(r)}{r} \tag{13.19}$$

dove il termine a sinistra può essere riscritto nella forma:

$$4\pi r^{3} \frac{dP}{dM(r)} = \frac{d(4\pi r^{3}P)}{dM(r)} - 12\pi r^{2}P \frac{dr}{dM(r)} = \frac{d(4\pi r^{3}P)}{dM(r)} - \frac{3P}{\rho} .$$

Risostituendo nella (13.19) e integrando sul nucleo isotermo  $M_{is}$  si ottiene:

$$\int\limits_{0}^{M_{is}} \frac{d\left(4\pi r^{3}P\right)}{dM(r)}dM(r) - \int\limits_{0}^{M_{is}} \frac{3P}{\rho}dM(r) = -\int\limits_{0}^{M_{is}} \frac{GM(r)}{r}dM(r)$$

e quindi (con M=0 per r=0 ):

$$4\pi R_{is}^3 P_{is} - 3\frac{M_{is}}{\mu_{is} H} kT_{is} = -\frac{3}{5} \frac{GM_{is}^2}{R_{is}}$$

е

$$P_{is} = \frac{3}{4\pi R_{is}^3} \left( \frac{M_{is}kT_{is}}{\mu_{is}H} - \frac{1}{5} \frac{GM_{is}^2}{R_{is}} \right)$$

dove  $R_{is}$  e  $P_{is}$  sono il raggio del nucleo isotermo e la pressione a tale raggio. Quindi la pressione dipende dai valori specifici di  $T_{is}$  e  $R_{is}$ . Quando il nucleo isotermo cresce, cresce anche la sua temperatura; il valore massimo della pressione  $P_{is}$  al variare di  $M_{is}$  si ha per

$$R_{is} = \frac{2}{5} \frac{GM_{is}\mu_{is}H}{kT_{is}}$$
 (13.20)

con pressione

$$P_{is,\text{max}} = \frac{365}{64\pi} \frac{1}{G^3 M_{is}^2} \left(\frac{kT_{is}}{\mu_{is} H}\right)^4 \tag{13.21}$$

che indica che la pressione decresce al crescere della massa del nucleo  $M_{is}$ . Quindi esiste un valore massimo della massa di un nucleo isotermo per sorreggere la massa sovrastante.

Dobbiamo quindi valutare la pressione dell'inviluppo integrando l'equilibrio idrostatico (assumendo la pressione superficiale nulla):

$$P_{is,inv} = -\int_{P_{is,inv}}^{0} dP = \int_{M_{is}}^{M} \frac{GM(r)}{4\pi r^4} dM(r)$$
$$\simeq \frac{G}{8\pi \langle r^4 \rangle} (M - M_{is})^2$$

dove  $\langle r^4 \rangle \simeq R^4/2$  è un valor medio calcolato a qualche valore del raggio della stella. Assumiamo inoltre  $M \gg M_{is}$  e otteniamo:

$$P_{is,inv} \simeq \frac{G}{4\pi} \frac{M^2}{R^4} \quad . \tag{13.22}$$

Si utilizza ora l'equazione di stato dei gas perfetti e la condizione che la densità al bordo del nucleo isotermo sia pari alla densità media della stella:

$$T_{is} = \frac{\mu_{inv} H P_{is,inv}}{k \rho_{is,inv}}$$

$$\rho_{is,inv} \simeq \frac{M}{4\pi R^3/3}$$

e si ricava

$$P_{is,inv} \simeq \frac{81}{4\pi} \frac{1}{G^3 M^2} \left(\frac{kT_i}{\mu_{inv} H}\right)^4$$
 (13.23)

Imponendo l'eguaglianza tra le (13.21) e (13.23) si ottiene il limite richiesto:

$$\frac{M_{is}}{M} \approx 0.54 \left(\frac{\mu_{inv}}{\mu_{is}}\right)^2 \tag{13.24}$$

(il calcolo non approssimato cambia il fattore da 0.54 a 0.37).

#### 13.5.2 La fase di gigante rossa

Quando raggiunge il valore del limite di Schönberg-Chandrasekhar, la massa del nucleo di elio inizia un rapido collasso, più rapido della contrazione di Kelvin perché non esiste equilibrio. Il collasso, con la liberazione di energia gravitazionale e riscaldamento non omogenei, riporta il gradiente radiativo a valori non nulli. Nel contempo l'aumento di temperatura rende più efficiente il bruciamento della shell di idrogeno. L'inviluppo si espande violentemente e si raffredda, per cui la  $T_{eff}$  decresce; conseguentemente l'opacità aumenta e porta ad instabilità convettiva. Si tratta della fase di detta di dredge-up, perchè materiale processato dell'interno stellare può essere portato in superficie: è un effetto osservabile importante per convalidare i modelli di evoluzione stellare. Il lavoro per far espandere l'inviluppo riduce anche la luminosità che può raggiungere la superficie. A questo punto la stella si è portata sulla traccia di Hayashi e quindi evolve lungo di essa, aumentando ora la propria temperatura grazie ad un aumento dell'attività della shell di idrogeno che si è contrae aumentando la densità: è questa la fase di red giant branch (RGB, fase di ramo delle giganti rosse).

A  $T\sim 2\times 10^8$  K e  $\rho\sim 8\times 10^3$  g cm<sup>-3</sup> si verificano le condizioni per l'innesco del bruciamento  $3\,He^4\to C^{12}$  e anche in parte  $C^{12}+He^4\to C^{16}$  (Fig. 13.17); il nucleo si espande e quindi l'efficienza della shell di idrogeno viene parzialmente ridotta, pur rimanendo ancora la sorgente di energia dominante. La luminosità decresce, ma quel punto la stella si contrae e raggiunge un nuovo equilibrio a temperatura più elevata. La durata della fase di bruciamento dell'elio è molto più breve di quella dell'idrogeno: una stella di 5  $M_{\odot}$  esaurisce l'elio nel nucleo in 9 milioni di anni. A quel punto il nucleo di carbonio-ossigeno segue la stessa fase di contrazione avuta alla fine del bruciamento dell'idrogeno, con la formazione di una shell dove continua il bruciamento dell'elio. In questa fase di innesco ed esaurimento dell'elio nel nucleo la stella si sposta dalla traccia di Hayashi verso la zona delle alte temperature per poi ritornare in pratica alla traccia di Hayashi, seppure con temperatura maggiore. Questa regione viene chiamata horizontal branch (HB, ramo orizzontale); lungo di essa le stelle possono diventare dinamicamente instabili con oscillazioni periodiche e perdita di massa. Di nuovo si sviluppa convezione nell'inviluppo con un secondo dredge-up che aumenta l'abbondanza dell'elio in superficie.

Quando la stella con nucleo di carbonio-ossigeno e due shell attive di elio e idrogeno raggiunge la traccia di Hayashi, la sua traccia evolutiva si muove verso l'alto secondo un cammino chiamato asymptotic giant branch (AGB, ramo asintotico delle giganti). La temperatura del nucleo è ancora intorno ai  $2 \times 10^8$  K e la densità è vicina ai  $10^6$  g cm<sup>-3</sup>. L'attività della shell di elio è intermittente perchè viene continuamente arricchita dalla sovrastante shell di idrogeno; si ha il fenomeno cosiddetto dell'helium shell flash dovuto al fatto che il gas è al limite di degenerazione elettronica e per riaccendere ogni volta la shell di elio occorre eliminare la degenerazione con una contrazione, mentre l'aumento di luminosità prodotto dal flash comporta una riespansione. La sequenza di pulsazioni per una stella di  $5 M_{\odot}$  ha periodi intorno alle migliaia di anni; questo tipo di instabilità appare essere collegata alla variabilità di stelle del tipo Mira. Nelle oscillazioni

si sviluppano anche correnti convettive che generano un terzo dredge-up. Le stelle AGB inoltre perdono massa generando venti intensi fino a  $\dot{M}=10^{-4}M_{\odot}$  anno<sup>-1</sup>.

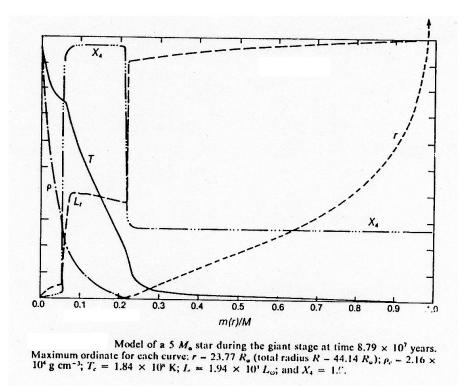


Fig. 13.17: Struttura della stella di  $5M_{\odot}$ nella fase di gigante all'innesco del bruciamento dell'elio

#### 13.5.3 Fasi finali delle stelle $M < 8M_{\odot}$

Le fasi successive dell'evoluzione dipendono dalla massa della stella. Stelle  $M < 4M_{\odot}$  vengono bloccate in equilibrio idrostatico con un nucleo degenere di carbonio-ossigeno. Stelle nell'intervallo  $4M_{\odot} < M < 8M_{\odot}$  sviluppano un nucleo degenere di carbonio-ossigeno molto grande che non riesce a raggiungere l'equilibrio idrostatico e collassa su se stesso in modo catastrofico. Vedremo più avanti che il limite di un nucleo degenere, analogo al limite di Schönberg-Chandrasekhar per una gas perfetto, è di circa  $1.4M_{\odot}$  e prende il nome di limite di Chandrasekhar. Il collasso catastrofico comporta il bruciamento del carbonio-ossigeno in modo esplosivo che è in grado di provocare l'espulsione di tutto il materiale della stella, e può essere uno dei meccanismi per produrre supernove.

Naturalmente occorre ricordare che l'evoluzione AGB è accompagnata da

forti perdite di massa; quindi nelle precedenti discussioni va tenuto presente che gli intervalli di massa indicati possono variare a seconda dell'efficienza del vento stellare.

In Fig. 13.18 è riportato il dettaglio dell'evoluzione della stella di  $5M_{\odot}$  durante queste fasi evolutive. In Fig. 13.19 è infine dato l'andamento della struttura della stella in funzione del tempo per mettere in evidenza sia le zone di bruciamento sia i regimi di trasporto energetico.

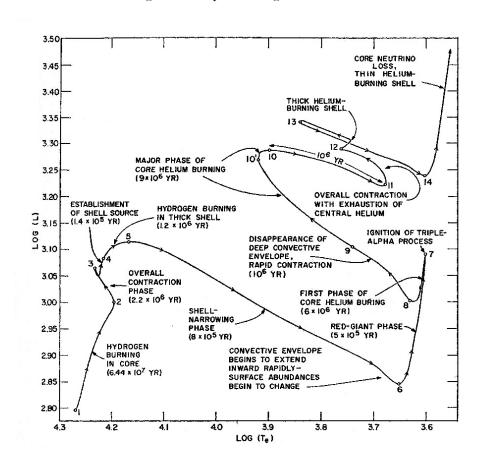


Fig. 13.18: L'evoluzione della stella di $5M_{\odot}$ dalla MS fino all'AGB. Le luminosità sono in unità solari.

#### 13.5.4 Fasi finali delle stelle $M > 8~M_{\odot}$

Per stelle di massa M > 8  $M_{\odot}$  il processo di bruciamenti termonucleari con spostamenti della traccia evolutiva tra la zona blu e la traccia di Hayashi si può ripetere più volte: il nucleo si contrae fino all'innesco delle sequenze di cat-

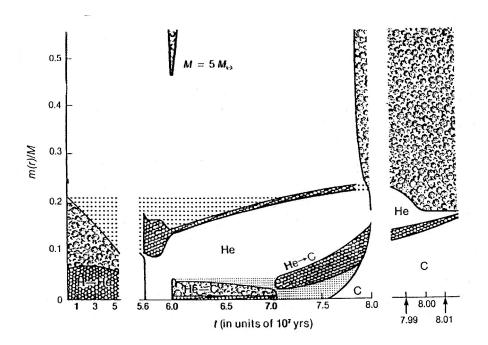


Fig. 13.19: Struttura interna di una stella di  $5M_{\odot}$  nella fase post-MS. regioni di trasporto convettivo sono mostrate con ricciolini, regioni con bruciamento termonucleare con nidi d'ape, regioni con composizione chimica variabile con puntini, radi per  $H \to He$ , fitti per  $He \to C$ .

ture  $\alpha$  nelle zone sempre più interne, lasciando indietro nuove shell attive che bruciano l'elemento chimico precedente. Il nucleo della stella assume una struttura "a cipolla" con le varie shell attive per i bruciamenti termonucleari di  $H^1$ ,  $He^4$ ,  $C^{12}$ ,  $O^{16}$ ,  $Ne^{20}$ ,  $Si^{28}$ , ... fino alla formazione del  $Fe^{56}$  (Fig.13.20); mentre l'inviluppo esteso rimane praticamente invariato in luminosità e temperatura effettiva nella regione delle giganti o supergiganti rosse.

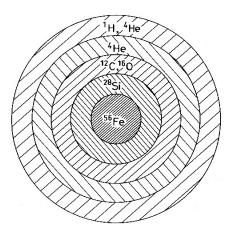


Fig. 13.20: Le shell nucleari di una stella di grande massa nella fase di gigante rossa

Con la formazione del nucleo di  $Fe^{56}$ , l'elemento con maggiore energia di legame per nucleone, si esaurisce la serie di reazioni termonucleari esoenergetiche; allo steso tempo va notato che la temperatura centrale ha raggiunto valori intorno ai  $10^9$  K, per cui la pressione dominante nel plasma stellare è data da fotoni  $\gamma$  con energie dell'ordine dei MeV. Tali fotoni possono quindi fornire ai nuclei l'energia necessaria per disintegrarli; si verifica il processo detto transizione ferro-elio-neutroni:

$$Fe_{27}^{56} + \gamma \rightarrow 13 He_2^4 + 4 n$$
 (13.25)  
 $He_2^4 + \gamma \rightarrow 2 H_1^1 + 2 n$ 

Naturalmente l'assorbimento dei fotoni  $\gamma$  è endotermico e comporta un'improvvisa, catastrofica caduta di pressione e quindi un violento collasso del nucleo stellare verso configurazioni di sempre maggior densità che studieremo più avanti.

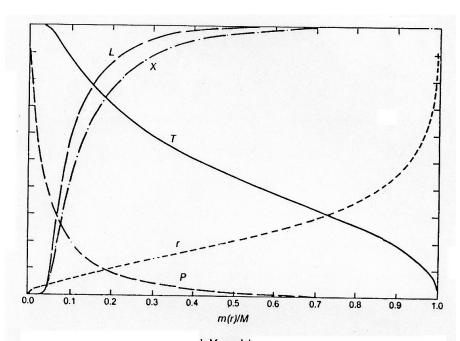
I neutroni liberati secondo la 13.25, insieme a fotoni e neutrini, posseggono elevate energie e momenti che vengono depositati nell'inviluppo esteso causandone l'espulsione

Questo processo fu inizialmente proposto da Baade e Zwicki negli anni 1940 per spiegare le osservazioni di *supernovae* e quindi calcolato con simulazioni numeriche pionieristiche da Colgate negli anni 1960. Tuttavia rimane abbastanza

difficile da trattare in tutti i suoi dettagli a causa dei tempi dinamici molto brevi e dell'elevata nonlinearità del sistema fisico.

## 13.6 Evoluzione post-MS, $M \leq 2 M_{\odot}$

La fase di avvicinamento all'esaurimento dell'idrogeno prodotto dalla catena p-p nel nucleo di stelle di piccola massa segue le stelle modalità delle stelle di massa maggiore, a parte il fatto che il trasporto è radiativo e quindi senza rimescolamento. Il nucleo si contrae leggermente in condizioni di quasi-equilibrio per sopperire alle perdite radiative e si innesca il bruciamento termonucleare nella shell circum-nucleare con una produzione di luminosità anche maggiore che nella fase di bruciamento nel nucleo. In Fig. 13.21 è riportata la struttura della stella di  $1M_{\odot}$  in questa fase, da cui si nota come la luminosità sia prodotta all'esterno del nucleo di elio, in una shell di alta densità. Come nel caso delle stelle di grande massa il nucleo diventa isotermo.



chapsed time since the initial model for the phase before the main sequence is  $9.2015 \times 10^9$  years. The lower limits of the ordinate are zero. The upper limit of the ordinate for each curve is  $r = 1.268 R_{\odot}$ ;  $P_c = 1.315 \times 10^{18}$  dynes cm<sup>-2</sup>;  $T_c = 1.91 \times 10^7$  K;  $L = 2.13 L_{\odot}$ ;  $X_s = 0.708$ . The actual stellar radius is  $R = 1.353 R_{\odot}$ , and the central density is  $1026.0 \text{ g cm}^{-3}$ .

Fig. 13.21: Stella di $1 M_{\odot}$ al distacco dalla MS

Il punto rappresentativo della stella nel diagramma HR (Fig. 13.13) si sposta inizialmente verso l'alto a sinistra lungo la linea della sequenza principale (aumento della luminosità e della temperatura), poi piega verso temperature effettive inferiori perché l'elevata opacità impedisce che tutta la luminosità prodotta venga trasmessa e parte di essa viene usata in lavoro di lenta espansione dell'inviluppo. Questa parte della traccia evolutiva che si sposta verso il rosso del diagramma HR viene indicata come subgiant branch (SGB, ramo delle subgiganti). La sua caratteristica essenziale è quella di far crescere la massa del nucleo di elio per l'attività della shell (Fig. 13.22).

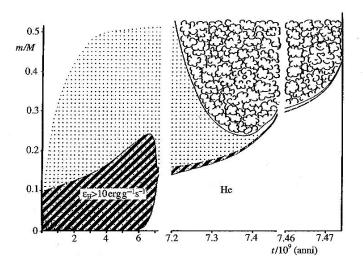


Fig. 13.22: Struttura interna di una stella di  $1.3M_{\odot}$  nella fase post-MS. regioni di trasporto convettivo sono mostrate con ricciolini, regioni con bruciamento termonucleare  $H \to He$  con tratteggi spessi, regioni bruciamenti parziali con puntini.

#### 13.6.1 Il flash dell'elio nel nucleo

I nuclei di stelle di massa di tipo solare raggiungono il limite di Schönberg-Chandrasekhar in questa fase e quindi collassano in tempi scala brevi. Il bruci-amento della shell di idrogeno risulta ancora più efficiente e causa un'espansione rapida dell'inviluppo. La stella, diventata così una gigante e raggiunta la traccia limite di Hayashi, cresce in luminosità a  $T_{eff}$  quasi costante lungo il ramo delle giganti rosse (RGB) definito più sopra. Con la crescita della densità e della temperatura vengono raggiunte ad un certo stadio le condizioni per l'inizio del bruciamento dell'elio nel nucleo.

Tuttavia il processo contrattivo del nucleo avviene a temperature relativamente basse, tanto minori quanto minore la massa. I nuclei di stelle di massa minore di quella solare hanno alte densità e basse temperature rispetto a quelle di grande massa, per cui raggiungono nella fase di gigante le condizioni di degenerazione. Ciò comporta la possibilità di aumentare il limite di Schönberg-Chandrasekhar o addirittura non incontrarlo mai.

Pertanto il nucleo di elio può diventare elettronicamente degenere: in tal caso la contrazione si arresta, in quanto la pressione del gas degenere non dipende dalla temperatura. Il bruciamento della shell aumenta comunque la massa del nucleo, che diventa una struttura isoterma per l'alta conduttività del plasma degenere. La temperatura cresce portando all'innesco del bruciamento dell'elio su tutto il nucleo, il che produce un ulteriore aumento del riscaldamento del nucleo che tuttavia non si espande perché la pressione del gas degenere non cambia con la temperatura. Il bruciamento dell'elio procede a ritmo sempre più veloce finchè l'aumento di temperatura elimina la degenerazione. A tale stadio la produzione di energia della stella è molto elevata a causa della forte dipendenza della reazione termonucleare dalla temperatura: si produce un improvviso, seppur brevissimo, rilascio di energia, chiamato core helium flash in cui il nucleo si espande. L'energia liberata viene assorbita negli strati esterni dell'inviluppo eventualmente causando anche perdite di massa. Tuttavia la stella non viene distrutta, perché la luminosità immediatamente dopo il flash diminuisce e l'inviluppo torna a contrarsi.

#### 13.6.2 Nebulose planetarie e nane bianche

I nuclei delle stelle di piccola massa, sia che collassino per il limite di Schönberg-Chandrasekher sia che subiscano il flash dell'elio, si portano in una nuova condizione di equilibrio in cui l'elio brucia in condizioni non degeneri. La traccia evolutiva continua lungo il ramo asintotico AGB fino all'esaurimento dell'elio. A quel punto la stella ha due shell attive, una di idrogeno e una di elio e segue lo stesso schema evolutivo delle stelle più massive. Come abbiamo visto per le stelle di grande massa, la struttura è instabile per l'intrecciarsi dell'attività delle due shell e si giunge alla fase di shell helium flash (Fig. 13.23). Dopo una decina di pulsazioni la stella espelle l'inviluppo e dà origine ad una nebulosa planetaria (Fig. 13.24). Il resto della stella diventa una nana bianca con composizione chimica di carbonio-ossigeno.

Stelle di massa  $\lesssim 0.26\,M_{\odot}$  non raggiungono mai la condizione di bruciamento dell'elio e diventano direttamente nane bianche dopo una fase di contrazione che le porta allo stadio di degenerazione.

Vedremo più avanti quale sia la struttura delle nane bianche e quale ruolo giochino nell'evoluzione della Galassia.

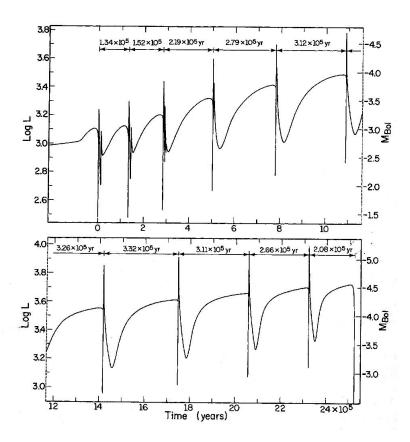


Fig. 13.23: Luminosità di una stella di  $0.6 M_{\odot}$  durante la fase di helium shell flash

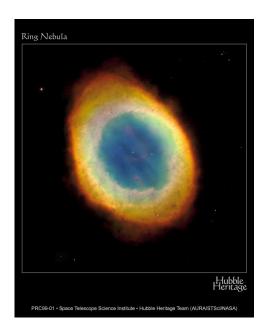


Fig. 13.24: La nebulosa ad anello

#### 13.7 Le fasi terminali dell'evoluzione stellare

Discuteremo ora la storia delle fasi terminali della vita delle stelle. In Tab. 13.2 sono riportati i tempi scala evolutivi calcolati per le principali fasi di allontanamento dalla MS; va notato che le successive fasi termonucleari, intervallate da contrazioni di quasi-equilibrio, sono di durata progressivamente minore.

Fase	$15M_{\odot}$	$5M_{\odot}$	$3M_{\odot}$	$1M_{\odot}$
esaurimento $H$	$1.05 \times 10^{7}$	$6.82 \times 10^{7}$	$2.39 \times 10^{8}$	$9.71 \times 10^9$
shell $H$	$1.19 \times 10^{7}$	$7.08 \times 10^{7}$	$2.53 \times 10^{8}$	$1.08 \times 10^{10}$
bruciamento $He$	$1.21 \times 10^{7}$	$8.78 \times 10^{7}$	$3.26 \times 10^{8}$	-

Tab. 13.2: Tempi scala di fasi evolutive post-sequenza principale (in anni)

Le fasi terminali dell'evoluzione stellare comportano processi di rapida contrazione gravitazionale e/o espulsione di massa ove la dinamica domina la scena, inclusa la produzione di onde gravitazionali. Un fattore molto importante nelle stelle di grande massa è legato alla produzione di coppie  $e^+ - e^-$  in condizioni di elevate temperature da cui si possono originare cospicui flussi di neutrini che raffreddano istantaneamente le zone interne delle stelle. L'insieme di tali eventi

non è ancora rappresentato in un modello definito, in quanto la combinazione della dinamica con processi fisici in condizioni di alta temperatura e densità richiede l'uso di tecniche numeriche di alta prestazione e l'analisi di situazioni fisiche non riproducibili in laboratorio.

Lo schema generale è il seguente:

- le stelle di piccola massa evolvono verso lo stadio di nana bianca, ove rimangono a raffreddarsi su tempi scala dell'ordine dell'età dell'universo;
- le stelle di grande massa vanno incontro ad un collasso violento con successiva espulsione dell'inviluppo o anche di tutta la massa stellare; si tratta dell'evento osservato come supernova; il risultato finale, se esiste, sono le stelle di neutroni e i buchi neri.

#### 13.7.1 Collasso finale delle stelle di grande massa

Vogliamo ora illustrare la fase di collasso delle stelle di grande massa proprio per comprendere quali siano, oltre alle nane bianche, i prodotti finali dell'evoluzione stellare. Nel prossimo paragrafo parleremo della struttura ed evoluzione delle nane bianche e degli altri risultati dell'evoluzione stellare.

In Fig. 13.25 la storia evolutiva di densità e temperatura del centro di una stella di  $25\,M_{\odot}$  fa comprendere come i processi fisici coinvolti siano estremamente energetici e rapidi. La stella giunge a questa fase con un nucleo di carbonio-ossigeno di circa  $5\,M_{\odot}$ . Successive catture  $\alpha$  portano la stella verso la "struttura a cipolla" con la zona più interna di  $1.7\,M_{\odot}$  di  $Fe^{56}$ . Infine alle alte temperature raggiunte i processi di fotodisintegrazione trasformano il nucleo stellare in un insieme di protoni, neutroni, elettroni attraverso un processo violentemente endotermico. Date le alte densità raggiunte si verifica anche lo spostamento dell'equilibrio del decadimento  $\beta$  verso la neutronizzazione con catture di elettroni da parte dei protoni:

$$p^+ + e^- \to n + \nu_e$$
 (13.26)

La scomparsa degli elettroni impedisce a questi nuclei di raggiungere un equilibrio idrostatico (allo stadio di nana bianca come nelle stelle di piccola massa) usando la pressione di degenerazione elettronica. Inoltre i neutrini possono sfuggire dalla stella con un flusso di energia molto superiore a quello di fotoni:  $L_{\nu} > 10^{45} \ {\rm erg \ s^{-1}} > L \approx 10^{38} \div 10^{39} \ {\rm erg \ s^{-1}}.$ 

La diminuzione della pressione del nucleo comporta un collasso molto rapido, praticamente in caduta libera. Inizialmente si tratta di un collasso omologo a velocità di caduta proporzionale alla distanza dal centro, ma al raggio dove la velocità di caduta raggiunge la velocità del suono locale si creano disomogeneità e il nucleo più interno si lascia indietro il nucleo più esterno. Le velocità all'esterno possono arrivare fino a circa  $100.000~{\rm km~s^{-1}}$ . L'inviluppo esterno (la "cipolla") rimane completamente isolato da questo processo, inconsciamente sospeso su di un nucleo interno che non c'è più.

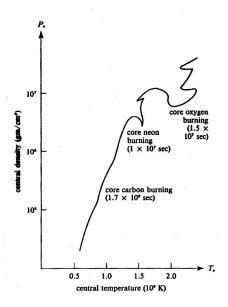


Fig. 13.25: Evoluzione della temperatura e densità centrale di una stella di  $25 M_{\odot}$ nelle fasi terminali

Il collasso del nucleo interno continua fino a che la densità raggiunge il valore delle densità dei nuclei atomici  $\rho \approx 8 \times 10^{14}$  g cm<sup>-3</sup>, dove intervengono le forze repulsive nucleari legate al principio di esclusione di Pauli applicato al gas di neutroni. Il nucleo della stella si blocca e rimbalza mandando onde di pressione verso l'esterno: queste onde viaggiando attraverso il materiale a più bassa temperatura raggiungono la velocità del suono e diventano onde d'urto. In circa 20 millisecondi l'onda d'urto emerge dal nucleo esterno: questa fase si chiama prompt hydrodynamic explosion.

Se il nucleo di ferro è molto grande l'onda d'urto va in stallo e diventa un'onda d'urto stazionaria con materiale delle parti più esterne che accrescono. Tuttavia all'interno i processi di decadimento  $\beta$  continuano a produrre neutrini: il 95% di essi sfuggono, ma data l'alta densità il 5% viene assorbito e spinge l'onda d'urto interrompendo lo stallo. Si parla in tal caso di delayed explosion.

Il nucleo ad alta densità diventa una stella di neutroni per stelle  $M < 25 M_{\odot}$  o un buco nero per stelle  $M > 25 M_{\odot}$ : la loro formazione genera un fantastico flusso di neutrini, per un totale fino a  $3 \times 10^{53}$  ergs.

L'onda d'urto continua invece a propagarsi attraverso il nucleo esterno e l'inviluppo espellendo il materiale con un'energia cinetica totale di circa  $10^{51}$  erg, circa l'1% di quanto liberato in neutrini. Quando questo materiale si è sufficientemente espanso, tipicamente ad un raggio di  $10^{15}$  cm, diventa otticamente trasparente e quindi ne risulta un rilascio nella banda ottica pari a circa  $10^{49}$  erg con un picco di potenza di  $10^{43}$  erg s<sup>-1</sup>, cioè  $10^{9}L_{\odot}$ , quasi la luminosità

dell'intera Galassia.

### 13.7.2 Le supernove di Tipo II

La serie di eventi ora discussi per le fasi terminali dell'evoluzione di stelle massive, oltre le  $15M_{\odot}$ , appaiono in grado di interpretare la fenomenologia delle supernove di Tipo II (vedremo più avanti quali siano le caratteristiche delle supernove di Tipo I). Sono stelle caratterizzate da una luminosità in rapido aumento, fino ad una magnitudine bolometrica assoluta di circa -18, per poi decrescere più lentamente con una variazione di 6-8 magnitudini all'anno. Il loro spettro è ricco in righe di idrogeno ed elementi pesanti ed inoltre mostra il caratteristico profilo P Cygni che indica una rapida espansione. Supernove di Tipo II sono state la SN1054 (Crab Nebula) e la SN1987A nella Grande Nube di Magellano.

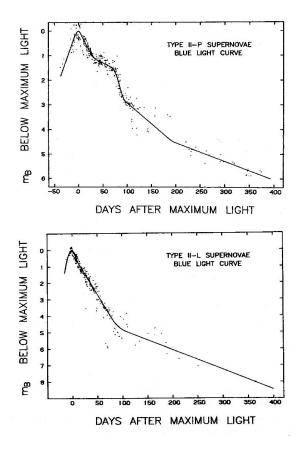


Fig. 13.26: Le curve di luce delle supernove di Tipo II L e P

Esistono due classi di supernove di Tipo II con due distinte curve di luce come

mostrato in Fig. 13.26, le Tipo II-L (lineari) e Tipo II-P (plateau); la prima classe ha una caduta lineare, la seconda mostra un plateau che dura tra il 30° e l'80° giorno circa dopo il massimo. L'origine del plateau nelle Tipo II-P è dovuto al decadimento radioattivo di una gran quantità di  $Ni_{28}^{56}$  prodotto dall'onda d'urto nella sua marcia attraverso la stella. Il tempo di dimezzamento del  $Ni_{28}^{56}$  è  $\tau_{1/2}=6.1$  giorni. Altri elementi radioattivi che possono anche contribuire a rallentare il decadimento della curva di luce sono il  $Co_{27}^{57}$  ( $\tau_{1/2}=271$  giorni), il  $Na_{11}^{22}$  ( $\tau_{1/2}=2.6$  anni) e il  $Ti_{22}^{44}$  ( $\tau_{1/2}=47$  anni). Il decadimento del  $Ni_{28}^{56}$  segue la trasmutazione:

$$Ni_{28}^{56} \to Co_{27}^{56} + e^+ + \nu_e + \gamma$$
 (13.27)

#### 13.7.3 Riassunto

Nella Tab. 13.3 si riporta lo schema che collega la massa stellare originaria con il risultato dell'evoluzione. Va ricordato che i valori numerici sono da prendere come indicativi, in quanto con lo sviluppo delle tecniche per esaminare i dettagli della dinamica potranno ancora subire modifiche sostanziali.

$M_{tot}$	$M_{He}$	$M_{CO}$	$M_{\mathrm{Si}}$	$M_{Fe}$	Processo	Evento finale
$125 \div 110$	64	60	-	-	$O^{16} + O^{16}$	SN senza residuo
$80 \div 70$	32	27	-	3	$Fe^{56} \rightarrow He^4$	SN  con  BH
$40 \div 30$	16	12	-	2	id.	id.
$25 \div 20$	8	5	-	1.7	id.	SN  con  NS
$15 \div 8$	4	1.7	1.4	-	id.	id.
$8 \div M_{shell}$	1.4	1.4	-	-	$C^{12} + O^{16}$	SN con/senza $NS$
$\leq M_{shell}$	1	-	-	-	He  shell	WD

Tab. 13.3: Risultati delle'evoluzione stellare per masse diverse;  $M_{shell}$ = limite inferiore della massa instabile per effetto della shell di He; altre masse indicano stime delle varie shell nelle fasi finali; SN = supernova, NS = stella di neutroni, WD = nana bianca

# 13.8 Gli stati finali dell'evoluzione stellare

Gli oggetti compatti, stelle nane bianche, stelle di neutroni, buchi neri, che abbiamo incontrato come risultati delle fasi finali dell'evoluzione stellare, si distinguono dagli oggetti "normali" in quanto:

 non sono energeticamente sostenuti da reazioni di bruciamento termonucleare e quindi si contraggono gravitazionalmente verso configurazioni a piccoli raggi ed alte densità;

- 2. la loro temperatura tende ad abbassarsi portandoli lontano dalle condizioni di gas perfetto;
- la loro fisica è basata su tutti i tipi di interazioni (gravitazionale, elettromagnetica, debole, forte) con l'inclusione di effetti quantistici e relativistici.

Va peraltro detto che questo genere di configurazioni non è soltanto tipico delle stelle al termine della loro vita, bensì sembra realizzarsi, su scale diverse, anche nei nuclei galattici attivi e nelle fasi primordiali dell'Universo. Precisamente oggetti compatti si originano nei seguenti casi:

- 1. fasi finali dell'evoluzione stellare per masse  $M \approx 1 \div 80 \, M_{\odot}$ ;
- 2. fasi attive dei nuclei galattici per masse  $M \approx 10^7 \div 10^9 M_{\odot}$ ;
- 3. fasi dinamiche di ammassi globulari per masse  $M \approx 10^2 \div 10^4 M_{\odot}$ ;
- 4. fasi primordiali dell'Universo, quando le fluttuazioni del vuoto quantistico portano alla creazione di mini buchi neri di  $M\approx 10^{15}$  g.

Per quanto riguarda poi la presenza di buchi neri al centro di galassie, l'idea sembra suggerita da vari tipi di osservazioni; forse la più convincente è quella dell'emissione di quantità enormi di radiazione, pari o superiori alla galassia stessa, da regioni di dimensioni non maggiori di quelle del nostro sistema solare. Occorre pensare a meccanismi di produzione di energia ben più efficienti dello stesso bruciamento termonucleare. Come vedremo più avanti, la fisica dell'accrescimento su buchi neri massivi sembra corrispondere alla possibilità di liberare frazioni dell'ordine del 45% dell'energia di massa a riposo della materia in tempi scala corrispondenti alla caduta libera della materia stessa.

Infine nel caso dei mini buchi neri, Hawking ha mostrato come essi possano evaporare in brevi tempi scala attraverso un "effetto tunnel" che ne può rilasciare l'energia attraverso l'orizzonte.

Nella Tab. 13.3 sono indicati, sulla base delle attuali conoscenze, i risultati ultimi dell'evoluzione di stelle in funzione della loro massa. Appare chiaro come masse  $\leq 4\,M_{\odot}$  possano dare origine a nane bianche, mentre masse maggiori portino a stelle di neutroni o buchi neri.

Sebbene la fase di oggetto compatto corrisponda ad un congelamento delle strutture su lunghi tempi scala, maggiori dell'età dell'Universo, è tuttavia possibile che, a causa di processi di scambi di massa in sistemi binari o di coalescenza in zone con alta densità stellare, nane bianche o stelle di neutroni possano collassare verso lo stadio di buchi neri. Ad esempio questi processi possono portare, al centro di ammassi globulari, alla formazione di buchi neri di grande massa.

Le caratteristiche principali dei tre tipi di oggetti compatti che studieremo in seguito sono riassunte in Tab. 13.4.

Oggetto	Massa	Raggio	Densità	Potenziale sup.
(unità)	$(M_{\odot})$	$(R_{\odot})$	$(g cm^{-3})$	$(GM/Rc^2)$
Sole	1	1	1	$10^{-6}$
Nana bianca	$\leq 1.5$	$10^{-2}$	$\leq 10^{7}$	$\sim 10^{-4}$
Stella di neutroni	$1 \div 3$	$10^{-5}$	$\leq 10^{15}$	$\sim 10^{-1}$
Buco nero	arbitraria	$\sim 2GM/c^2$	$\sim M/R^3$	~ 1

Tab. 13.4: Caratteristiche fisiche principali degli stati finali dell'evoluzione stellare

### 13.8.1 Stelle degeneri

Lo studio degli oggetti compatti richiede una revisione della fisica da applicare in quelle situazioni. Si tratta infatti di adattare la microfisica, cioè la fisica locale, all'intervento di effetti quantistici che portano a nuove equazioni di stato, differenti in modo sostanziale dall'equazione dei gas perfetti. Analogamente occorre rivedere la macrofisica, cioè la fisica globale, per tener conto degli effetti di relatività speciale.

In questo primo paragrafo tratteremo le modifiche delle caratteristiche locali; non è intenzione della nostra discussione dare una visione completa del problema della fisica della materia alle alte densità, ma solo di sviluppare gli strumenti indispensabili per la comprensione delle applicazioni astrofisiche.

Abbiamo già visto nello studio della struttura stellare quale sia l'equazione di stato per i gas di fermioni degeneri che qui riportiamo:

$$P = \frac{1}{20} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} \left(\frac{\rho}{\mu m_H}\right)^{5/3} \tag{13.28}$$

$$= \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} hc \left(\frac{\rho}{\mu m_H}\right)^{4/3} . \tag{13.29}$$

Nelle applicazioni astrofisiche avremo in genere a che fare con plasmi di elettroni, protoni (eventualmente nuclei atomici di massa maggiore) e neutroni. All'aumentare della densità gli elettroni raggiungono per primi il livello di degenerazione ( $\rho \propto Tm$ , vedasi (12.13)). Si possono quindi formare stelle degeneri elettronicamente. Al crescere della densità anche i protoni e neutroni possono diventare degeneri; tuttavia, come vedremo più avanti, intervengono decadimenti  $\beta$  inverso che trasformano protoni in neutroni per catture elettroniche: pertanto le stelle più dense sono stelle di neutroni degeneri. Il passaggio dal regime non-relativistico a quello relativistico avviene per elettroni ad una densità  $\rho \approx 10^6$  g cm<sup>-3</sup>, mentre per il caso dei neutroni a  $\rho \approx 10^{15}$  g cm<sup>-3</sup>.

Con queste equazioni di stato è possibile risolvere le equazioni per la struttura delle stelle degeneri nel caso relativistico e non-relativistico. Si tratta di modelli uni-parametrici in cui l'equilibrio meccanico ed energetico sono disac-

coppiati. Per l'equilibrio meccanico valgono le seguenti equazioni:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{dP}{dr}\right) = -4\pi G\rho \tag{13.30}$$

$$P = K\rho^{\Gamma} \tag{13.31}$$

analoghe alle equazioni dei modelli politropici; va tuttavia notato che in questo caso la costante K non è una costante di integrazione, ma è definita dalle (13.28)-(13.29); analogamente l'esponente  $\Gamma$  non è legato al trasporto convettivo ma soltanto all'equazione di stato. Tuttavia, a parte questa importante precisazione, si possono usare le soluzioni di Lane-Emden e ottenere quindi le seguenti espressioni per le relazioni tra massa, raggio e densità centrale delle stelle elettronicamente degeneri:

• caso non-relativistico  $\Gamma = 5/3$ 

$$M = 0.4964 \left(\frac{\rho_c}{10^6 \text{ g cm}^{-3}}\right)^{1/2} \left(\frac{\mu_e}{2}\right)^{-5/2} M_{\odot}$$
$$= 0.7011 \left(\frac{R}{10^4 \text{ km}}\right)^{-3} \left(\frac{\mu_e}{2}\right)^{-5} M_{\odot}$$
(13.32)

$$R = 1.22 \times 10^4 \left(\frac{\rho_c}{10^6 \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-1/6} \left(\frac{\mu_e}{2}\right)^{-5/6} \text{ km} \quad (13.33)$$

• caso relativistico  $\Gamma = 4/3$ 

$$M = 1.457 \left(\frac{\mu_e}{2}\right)^{-2} M_{\odot}$$

$$R = 3.347 \times 10^4 \left(\frac{\rho_c}{10^6 \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-1/3} \left(\frac{\mu_e}{2}\right)^{-2/3} \text{ km} \quad (13.34)$$

dove  $\mu_e$  è il peso molecolare medio per elettrone:  $1/\mu_e$  è il numero di elettroni per barione; ricordiamo che invece l'inverso del peso molecolare medio  $1/\mu$  è il numero di particelle libere (elettroni e barioni) per barione.

Il risultato più importante del modello è che il valore della massa nel regime relativistico è indipendente dalla densità: poichè al crescere della densità si debbono utilizzare le formule relativistiche, questo valore diventa quindi un limite superiore per una struttura degenere stabile che è appunto chiamato limite di Chandrasekhar (1931).

Un altro aspetto da notare è che, nel regime non-relativistico  $M \propto R^{-3}$ , cioè il valore del raggio decresce al crescere della massa, contrariamente al caso delle stelle normali. Infatti per contrastare una gravità maggiore occorre crescere la pressione, quindi la densità. Nelle stelle normali è invece utilizzato anche l'aumento di temperatura. Inoltre il raggio di una stella degenere decresce al crescere della densità, anche quando la massa non sia più in grado dicrescere.

Si comprendono tali comportamenti calcolando che in un sistema di N fermioni relativistici contenuti in un volume di raggio R l'energia gravitazionale per fermione ( $E_g \approx -GMm_H/R = -GNm_H^2/R$ ) prevale sull'energia termica di degenerazione ( $E_F \approx \hbar c n^{1/3} \approx \hbar c N^{1/3}/R$ ) quando

$$N \gtrsim \left(\frac{\hbar c}{Gm_H^2}\right)^{3/2} \approx 2 \times 10^{57} \tag{13.35}$$

che corrisponde appunto a circa  $1.5M_{\odot}$ , indipendentemente dalla massa del fermione (assumendo che la gravità sia sempre legata ai fermioni massivi).

Nel caso di un sistema di neutroni degeneri si utilizzano le stesse espressioni per l'equazione di stato(13.28)-(13.29), dove però m è la massa del neutrone. I modelli di stelle di neutroni degeneri calcolati da Oppenheimer e Volkoff (1939) forniscono:

• caso non-relativistico  $\Gamma = 5/3$  (equilibrio idrostatico newtoniano)

$$M = 1.102 \left(\frac{\rho_c}{10^{15} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{1/2} M_{\odot}$$
 (13.36)

$$R = 14.64 \left(\frac{\rho_c}{10^{15} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-1/6} \text{ km}$$
 (13.37)

• caso relativistico  $\Gamma = 4/3$  (equilibrio idrostatico della relatività generale)

$$M = 0.7 M_{\odot}$$

$$R = 9.6 \left(\frac{\rho_c}{10^{15} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-1/3} \text{ km} . \qquad (13.38)$$

Un modello di stella elettronicamente degenere è riportato in Fig. 13.27.

In realtà occorre tener presente che le equazioni di stato (13.28)-(13.29) valgono per completa degenerazione e per fermioni non-interagenti. Per completa degenerazione si intende il caso di temperatura tendente allo zero assoluto  $T\to 0$  per cui la statistica di Fermi-Dirac

$$f(E) = \frac{g}{h^3} \frac{N}{V} \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

si riduce al caso in cui tutti e soli gli stati sono occupati fino al livello di Fermi

$$f(E) = \frac{g}{h^3} \frac{N}{V} \times \begin{cases} 1 & E \le E_F \\ 0 & E > E_F \end{cases}$$
 (13.39)

Per temperature non nulle, ma sempre in un regime di degenerazione, anche stati al di sopra del livello di Fermi possono essere occupati e l'equazione di stato risulta dipendente, sia pur debolmente, dalla temperatura. Ad alte temperature la distribuzione diventa quella di Maxwell-Boltzmann in cui l'energia media è definita dall'agitazione termica.

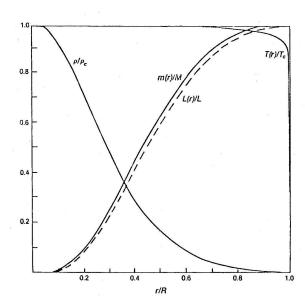


Fig. 13.27: Modello di stella elettronicamente degenere

Nelle statistiche non si tiene conto dell'eventuale potenziale di interazione tra le particelle, che invece alle alte densità diventa importante per l'intervento delle forze elettromagnetiche, deboli e forti. In particolare le forze coulombiane, che intervengono per un gas di elettroni e ioni positivi, determinano che ad alte densità si debba formare una struttura a reticolo che rende più "dura" l'equazione di stato (teoria di Feynman, Metropolis e Teller):

$$P \propto \rho^{10/3}$$
 . (13.40)

Questo effetto è da tener in conto a densità tra i  $10^2$  e i  $10^4$  g cm<sup>-3</sup> e quindi nella struttura delle stelle elettronicamente degeneri non relativistiche.

Le interazioni deboli diventano importanti a densità oltre i  $10^6$  g cm $^{-3}$  quando il decadimento  $\beta$  inverso neutronizza la materia:

$$p^+ + e^- \to n + \nu_e$$

riducendo il numero delle particelle che producono pressione. Si tratta di una transizione di fase in cui la densità può aumentare senza dare origine ad aumento di pressione.

Tenendo conto di questi effetti nell'equazione di stato con cui si costruiscono i modelli di stelle elettronicamente degeneri e utilizzando le composizioni chimiche che possono originarsi nei nuclei delle stelle che tendono verso la degenerazione (puro elio, carbonio, ferro) o in generale quella corrispondente all'equilibrio del decadimento  $\beta$  si ottengono i modelli rappresentati in Fig. 13.28.

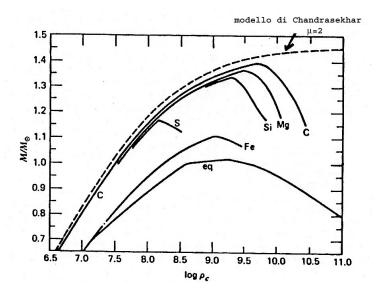


Fig. 13.28: Modelli di stelle elettronicamente degeneri con differenti composizioni chimiche.

La neutronizzazione agisce anche nei nuclei atomici: l'equilibrio  $\beta$  si sposta dal  $Fe^{56}$  a nuclei più ricchi di neutroni  $(Ni^{64}$  a  $\rho\approx 10^9$  g cm<sup>-3</sup>,  $Zn^{80}$  a  $\rho\approx 5\times 10^{10}$  g cm<sup>-3</sup>,  $Kr^{118}$  a  $\rho\approx 5\times 10^{11}$  g cm<sup>-3</sup>). Infine a densità  $\rho\approx 5\times 10^{11}$  g cm<sup>-3</sup> i neutroni iniziano a "sgocciolare" dai nuclei (neutron drip) e il plasma diventa un gas di puri neutroni, con una piccola abbondanza di protoni ed elettroni. Le distanze fra particelle sono tali ormai da far intervenire le forze nucleari. Le interazioni forti hanno componenti attrattiva e repulsiva, che rendono il plasma molto più "duro", nel senso che la pressione raggiunge valori di un fattore 10 maggiori di quanto predetto dalla statistica dei fermioni non interagenti.

In Fig. 13.29 e 13.30 sono dati graficamente gli andamenti delle equazioni stato nell'intervallo di densità fino a circa  $\rho \approx 5 \times 10^{15}$  g cm<sup>-3</sup>. Va tuttavia precisato che la nostra conoscenza delle caratteristiche delle forze nucleari in sistemi a molti corpi non è ancora soddisfacente, per cui questi risultati possono essere ancora soggetti a modifiche.

In Fig. 13.31 sono riportati i modelli di stelle di neutroni degeneri calcolati con equazioni di stato che tengano conto di questi vari effetti: è data la massa di equilibrio in funzione della densità centrale collegando le regioni delle stelle di elettroni e di neutroni degeneri.

In Fig. 13.32 è riportata la sequenza di modelli dalle densità corrispondenti alle nane bianche fino a quelle corrsipondenti alle stelle di neutroni. Chiaramente esiste un limite superiore sia per le masse delle stelle elettronicamente degeneri (limite di Chandrasekhar  $M_{Ch}=1.2\div 1.4 M_{\odot}$ ) sia per le stelle di neutroni degeneri (limite di Oppenheimer-Volkoff  $M_{OV}=1.5\div 3 M_{\odot}$ ). Inoltre va

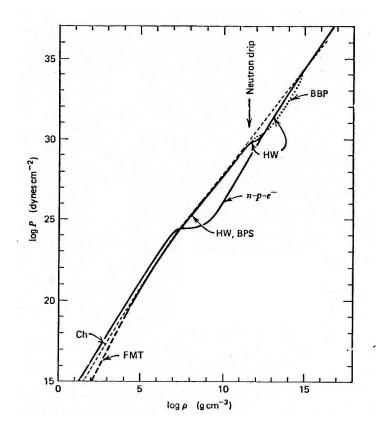


Fig. 13.29: Equazione di stato per un plasma ad alta densità; Ch è l'equazione usata da Chandrasekhar, FMT è la correzione di Feynman-Metropolis-Teller, HW il modello di Harrison-Wakano con nuclei in equilibrio  $\beta$ , BBP il modello di Baym-Bethe-Pethick conmodello a goccia.

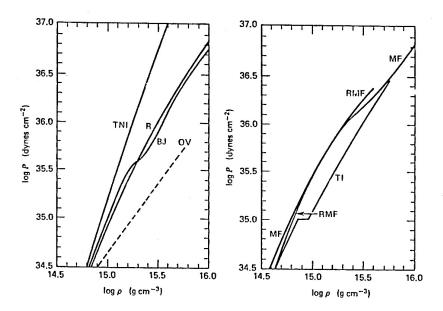


Fig. 13.30: Correzioni delle forze nucleari all'equazione di stato alle altissime densità; OV usa l'equazione di stato ideale di Oppenheimer-Volkoff, BJ il modello di forze nucleari di Bethe-Johnson, R il modello di Reid, TI il modello di interazione tensoriale, TNI la three-nucleon-interaction, MF il mean field, RMF il relativistic mean field.

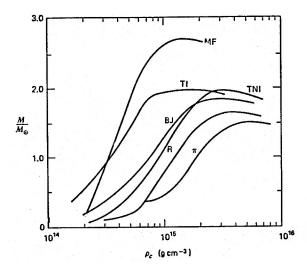


Fig. 13.31: Masse di equilibrio di stelle di neutroni in funzione della densità centrale usando le equazioni di stato di Fig. 13.30.

precisato che le strutture di equilibrio corrispondenti a  $dM/d\rho < 0$  sono instabili e quindi non vi sono stelle in questi intervalli di massa.

### 13.8.2 Nane bianche, stelle di neutroni e buchi neri

Esaminiamo i risultati finali dell'evoluzione stellare alla luce dei risultati sulle stelle degeneri (Fig. 13.32).

Consideriamo una stella che possegga una massa iniziale oppure giunga alla fase gigante con una massa inferiore al limite di Chandrasekhar. Quando il suo nucleo ha esaurito i combustibili nucleari, la stella si porterà in equilibrio come stella elettronicamente degenere: diventerà una nana bianca, con alta temperatura superficiale e bassa luminosità, e si raffredderà lungo una linea a raggio costante nel diagramma HR con tempi di raffreddamento di oltre 10 miliardi di anni. Le nane bianche, fin dalla loro scoperta da parte di Russell nel 1914 (Fig. 13.33), furono interpretate come oggetti di piccolo raggio (da cui il nome), ma la loro modellizzazione dovette attendere l'avvento della meccanica quantistica per sviluppare l'equazione di stato adeguata. I primi modelli di nana bianca furono appunto proposti da Chandrasekhar che peraltro dovette sostenere lugnhe discussioni con gli astronomi dell'epoca, includo Eddington, che non volevano accettare l'idea che la meccanica quantistica potesse avere un ruolo nella fisica delle stelle.

Stelle di massa  $M_{Ch} < M < M_{OV}$  potranno continuare a contrarsi fino a raggiungere lo stadio di *stelle di neutroni*; in realtà può anche diventare stella di neutroni un nucleo stellare in quell'intervallo di masse che abbia già raggiunto

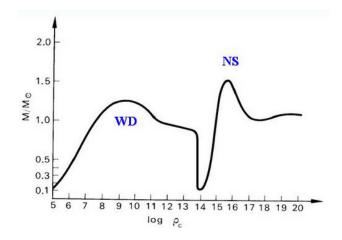


Fig. 13.32: Massa gravitazionale in funzione della densità centrale per equazioni di stato di nane bianche e stelle di neutroni.

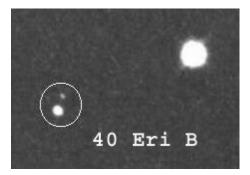


Fig. 13.33: La nana bianca nel sistema triplo 40 Eridani

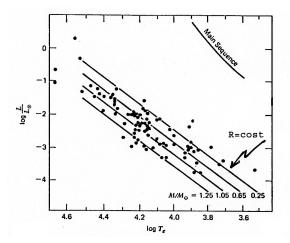


Fig. 13.34: Nane bianche osservate disposte nel diagramma HR e confrontate con le linee di raggio costante.

nella fase di gigante una densità superiore a quella delle nane bianche. Anche la stella di neutroni si raffredderà a raggio costante in tempi scala molto brevi soprattutto a causa delle perdite di neutrini. Di conseguenza la loro osservazione è molto difficile perchè inizialmente si formano circondate da densi inviluppi che si diradano solo quando la luminosità è ormai molto bassa, sia a causa del raffreddamento sia per il loro piccolo raggio.

Le stelle di neutroni furono scoperte nel 1968 dai radioastronomi inglesi Antony Hewish e Jocelyn Bell, dopo essere state proposte teoricamente, come sorgenti radio pulsanti (pulsar). Una pulsar è una stella di neutroni dotata di una rotazione molto rapida e di un campo magnetico intenso (componenti poco importanti nelle stelle normali) e l'attività della sua magnetosfera porta ad emissione radio da elettroni relativistici dalle regioni dei poli magnetici, che risulta pulsata per "effetto faro" (Fig. 13.35). La creazione di campi magnetici molto intensi e di grandi velocità di rotazione è legata alla rapidità del collasso che produce la stella di neutroni. In tal condizioni si ha conservazione del flusso magnetico  $\propto BR^2$  e del momento angolare  $\propto \Omega R^2$ : così, passando dal raggio solare (10<sup>11</sup> cm) al raggio di una stella di neutroni (10<sup>6</sup> cm) si ha un salto dell'ordine di 10<sup>10</sup> in campo magnetico e velocità angolare.

Infine una stella con massa maggiore del limite di Oppenheimer e Volkoff non potrà sostenersi contro la gravità e verrà inghiottita oltre l'orizzonte di osservabilità nella configurazione chiamata buco nero, la cui struttura fisica è interpretata dalla relatività generale come abbiamo visto nel Capitolo 11. Come possiamo scoprire l'esistenza di buchi neri, visto che per definizioni sono oggetti che inghiottono la radiazione invece di emetterla e quindi non sarebbero visibili? Il processo fisico escogitato dagli astrofisici teorici è l'accrescimento di mate-

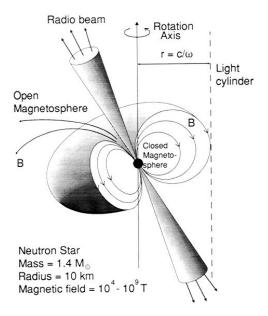


Fig. 13.35: Lo schema di pulsar, stella di neutroni magnetizzata e rotante; gli assid el campo magnetico e di rotazione non sono allineati e ciò porta ad un effetto faro per osservatori esterni.

riale. La caduta nel campo gravitazionale intenso verso l'orizzonte degli eventi comprime il materiale e ne aumenta la temperatura fino a valori dei milioni di gradi. Non è quindi il buco nero che risulta visibile, bensì il materiale che vi sta precipitando a causa della dinamica che porta al suo surriscaldamento. Occorre infatti tener conto che il materiale in accrescimento è dotato di momento angolare per cui non cade radialmente verso l'orizzonte, ma si sistema su traiettorie a spirale formando un disco o toro intorno al buco nero (Fig. 13.36). Le velocità orbitali delle particelle su questi dischi sono dell'ordine della velocità della luce e possono dare origine a varie forme di instabilità fluide e magnetoidrodinamiche con dissipazione dell'energia rotazionale accumulata nella caduta in energia termica ed emissione di radiazione. Va tenuto presente che l'energia liberata dalla caduta di una massa m verso l'orizzonte degli eventi può raggiungere un valore pari a  $0.42mc^2$ , e quindi l'accrescimento verso un buco nero è la "macchina" più efficiente della natura. Naturalmente non tutta l'energia rilasciata potrà essere trasformata in radiazione, una parte verrà comunque inghiottita dal BH.

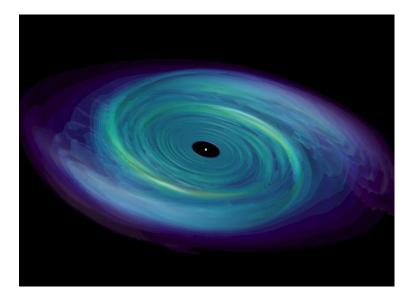


Fig. 13.36: Accretion disk around a black hole

I dischi sono giganteschi vortici che vengono progressivamente inghiottiti dall'orizzonte degli eventi; in presenza di campi magnetici possono originarsi fenomeni di accelerazione di getti collimati relativistici che vengono espulsi perpendicolarmente al piano del disco. Questa fenomenologia è ben nota sul piano osservativo sia nel caso di stelle sia nel caso di galassie, ed è all'origine del fenomeno dei lampi gamma o gamma-ray bursts (GRB).

Queste considerazioni teoriche sono in realtà ancora preliminari, in quanto gli stadi evolutivi finali di stelle reali coinvolgono molti fattori dinamici di cui i modelli tengono conto ancora in modo imperfetto: perdite di massa, rotazione,

campi magnetici, ecc. Inoltre anche la fisica della materia a densità nucleari non è ancora ben conosciuta. E certamente la fisica dei campi gravitazionali intensi non ci ha ancora rivelato tutte le sue peculiarità, soprattutto oltre l'orizzonte degli eventi.

# 13.8.3 Evoluzione di stelle binarie strette

Un gran numero di stelle fanno parte di sistemi binari o multipli. Se le stelle sono ben separate, la loro evoluzione non risente della presenza della compagna. Quando invece i sistemi siano compatti o "stretti" come si usa dire, sono possibili scambi di massa tra le componenti e ciò comporta una variazione di massa e quindi una diversa evoluzione.

Le binarie strette sono divise in quattro classi: staccate, semi-staccate, a contatto, con inviluppo comune. Il potenziale gravitazionale e centrifugo del sistema è dato da:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{1}{2} (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r})^2$$
(13.41)

dove  ${\bf r}$  è il raggio vettore del centro di massa e  $\Omega$  la velocità angolare del sistema. Le curve di Fig. 13.37 rappresentano le superfici equipotenziali; esiste una linea equipotenziale critica a otto che separa la regione lontana, dove il campo tende quello dovuto alla somma delle masse concentrate nel centro di massa, e le regioni vicine, i lobi di Roche, dove sono le singole stelle a dominare il campo. Il punto dove i lobi di Roche si toccano è un punto di equilibrio indifferente, detto punto lagrangiano, dove cioè i campi delle due stelle si equivalgono (esistono altri punti lagrangiani di equilibrio indifferente esterni).

Durante la fase di MS i raggi stellari non subiscono grandi cambiamenti e ciascuna delle due stelle evolve nel proprio lobo di Roche. Tuttavia quando una delle due stelle esaurisce l'idrogeno e diventa una gigante, il suo inviluppo può riempire il lobo ed trasferire massa alla compagna attraverso il punto lagrangiano.

Le binarie strette sono generalmente binarie a eclisse; un esempio classico è la stella Algol composta da una stella di MS e da una subgigante, molto meno massiva e di alta luminosità. Apparentemente questa configurazione è paradossale in quanto la stella di massa minore dovrebbe evolvere più lentamente, mentre invece appare aver lasciato per prima la MS. Ma in effetti il fatto può essere interpretato come il risultato di un trasferimento di massa dalla stella originariamente più massiva a quella meno massiva, invertendo quindi la situazione.

Consideriamo ad esempio un sistema binario di componenti di 1 e  $2M_{\odot}$  e periodo orbitale iniziale di 1.4 giorni (Fig. 13.38). La stella più massiva lascia la MS e diventa gigante, riempendo il proprio lobo di Roche e trasferendo massa alla compagna. Dopo alcuni milioni di anni i ruoli delle componenti saranno scambiati, proprio come nel caso di Algol. Il trasferimento di massa continua finché l'originaria stella di  $2M_{\odot}$  si contrae allo stadio di una nana bianca di  $0.6M_{\odot}$  che si raffredda a raggio costante. Nel contempo la stella originariamente

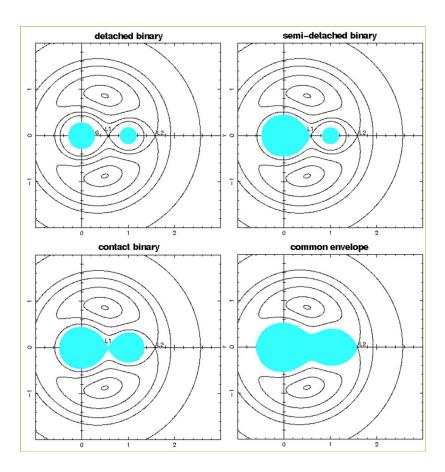


Fig. 13.37: Linee equipotenziali di binarie strette.

di  $1M_{\odot}$  è diventata una stella di  $2.4M_{\odot}$  che a sua volta elvolve oltre lo stadio di MS e diventando gigante riempe il proprio lobo di Roche facendo piovere materiale sulla nana bianca. L'accrescimento di materiale sull'oggetto compatto di grande campo gravitazionale dà origine a surriscaldamento della superficie con accensione di processi termonucleari dell'idrogeno: si tratta del fenomeno nova, che può anche comportare esplosioni superficiali con espusione di massa.

La nana bianca cresce progressivamente di massa fino a raggiungere e superare il limite di Chandrasekhar: ne nasce quindi un collasso di tipo supernova che porta la stella verso lo stadio di stella di neutroni con la liberazione di una grande quantità di energia gravitazionale. Il fenomeno è quello della supernova di Tipo I, caratterizzato appunto dal fatto che l'energia rilasciata ha un valore ben preciso, corrispondente alla differenza di energia di legame tra nana bianca e stella di neutroni. In tal senso le supernove di Tipo I sono candele standard nell'Universo come discuteremo più avanti. Dal punto di vista spettroscopico queste supernove non mostrano righe dell'idrogeno nel loro spettro.

Come altro esempio possiamo considerare un sistema di grande massa, con una stella di 8 e una di  $20M_{\odot}$  e un periodo orbitale di 4.7 giorni. Come mostrato in Fig. 13.39 la componente più massiva evolve più rapidamente e lasciata la MS diventa gigante, trasferendo oltre  $15M_{\odot}$  alla compagna e contraendosi come stella di puro He del tipo Wolf-Rayet con forte vento. Il bruciamento dell'elio è rapido e successivamente il nucleo di carbonio può esplodere come supernova. Assumiamo che rimanga un'oggetto compatto di  $2M_{\odot}$  (stella di neutroni). La compagna ormai diventata una stella di  $23M_{\odot}$  evolve produce un forte vento che accenda una sorgente di raggi X accrescendo in parte sulla superficie della stella compatta con intenso campo gravitazionale. Il vento cessa soltanto quando, lasciata la MS, la stella compagna diventa gigante a sua volta, riempe il lobo di Roche e trasferisce massa alla stella di neutroni, pur continuando a perdere massa anche tramite il vento. Il sistema evolve verso una situazione con la stella di elio da  $6M_{\odot}$  che in qualche milione di anni esplode come supernova, eventualmente espellendo la compagna. Per certi intervalli di massa si può anche mantenere il sistema legato con la formazione di due stelle di neutroni orbitanti.

L'evoluzione dei sistemi binari stretti predice fasi in cui una stella compatta può essere investita da consistenti flussi di massa provenienti dalla compagna che abbia riempito il proprio lobo di Roche. L'accrescimento avviene direttamente sulla superficie della stella se si tratta di nana bianca o stella di neutroni e il riscaldamento della superficie ha generalmente luogo nei punti dove il materiale ionizzato viene guidato dalle linee di forza del campo magnetico, cioè ai poli magnetici. In tal modo la stella compatta rotante diventa una sorgente di energia pulsata per un "effetto faro" simile a quello già individuato nel caso delle pulsar. In questo caso però l'emissione viene dal flusso di accrescimento e il riscaldamento può raggiungere temperature  $\geq 10^6$  K, corrispondenti ad emissione di raggi X termici. Una delle più importanti scoperte dell'astronomia a raggi X è stata proprio la rivelazione delle binarie X pulsate secondo lo schema ora discusso.

Un risultato importante dello studio di binarie con componenti compatte è quello di permettere una misura della massa delle stelle compatte; la misura

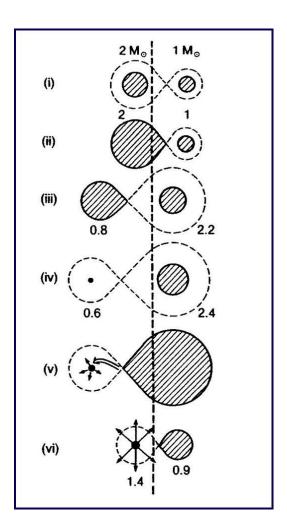


Fig. 13.38: Evoluzione di un sistema binario stretto di piccola massa.

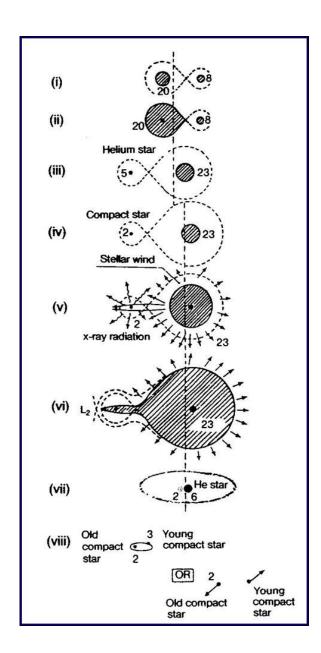


Fig. 13.39: Evoluzione di un sistema binario stretto di grande massa.

ha mostrato come molte di esse siano effettivamente stelle di neutroni; però in alcuni casi, di cui il prototipo è Cygnus-X1, la massa è superiore alle  $3M_{\odot}$  e quindi questi oggetti sono buchi neri. In tal caso l'irraggiamento viene prodotto dal disco di accrescimento che lentamente muove a spirale verso l'orizzonte degli eventi. Nel disco si raggiungono di nuovo temperature per emissione di raggi X termici e possono originarsi i fenomeni magnetoidrodinamici che portano alla formazione di getti relativistici e supersonici (Fig. 13.40).

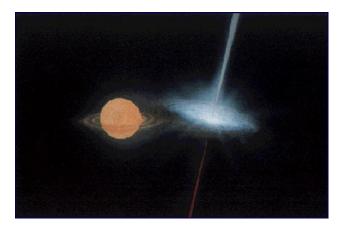


Fig. 13.40: Schema di sistema binario con componente compatta circondata da un disco luminoso dovuto all'accresimento dalla compagna ed espulsione di un getto.

Concludiamo facendo notare come l'irraggiamento dipenda dal flusso di accrescimento. In linea di principio possiamo crescere l'irraggiamento aumentando il ritmo del flusso. Anche in tal caso esiste però un limite superiore alla luminosità raggiungibile, in quanto la pressione di radiazione bloccherà l'accrescimento. Si tratta del limite di Eddington già discusso in (13.18):

$$\mathcal{L} \le \mathcal{L}_{Edd} \approx 1.5 \times 10^{38} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ erg s}^{-1}$$
 (13.42)

In effetti le binarie X con stelle di neutroni hanno luminosità non superiori a circa  $10^{38}$  erg s<sup>-1</sup>, mentre quelle con buco nero superano anche di un fattore 10 questo valore.