

Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Corso di Laurea in Fisica

COMPITO 1

9 Luglio 2002

Nome.....

Matricola.....

- Es. 1 Si consideri una particella di massa m nella buca di potenziale di profondità infinita, con $V(x) = 0$ per $|x| < a$ e $V(x) = \infty$ per $|x| > a$. La funzione d'onda normalizzata per $t = 0$ è

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & |x| > a \\ A (1 + \cos \frac{\pi}{a} x) & |x| < a \end{cases} . \quad (1)$$

- a. Usando solo argomenti dimensionali trovare la costante di normalizzazione A per ogni valore di a , sapendo che per $a = 1$ si ha $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
- b. Lo stato descritto da $\psi(x)$ è un autostato dell'operatore parità? In tal caso, qual è l'autovalore?
- c. Si calcoli il valor medio dell'energia E .
- d. Effettuando una misura di energia sullo stato descritto da ψ , quali sono le probabilità di ottenere energia E_1 ed E_2 (si vedano le formule alla fine del testo)?

- Es. 2 Un sistema formato da una particella A di spin 1 e da una particella B di spin $\frac{1}{2}$ si trovi all'istante $t = 0$ nello stato

$$|J = \frac{3}{2}; J_3 = \frac{1}{2}\rangle$$

dove $\vec{J}$ è lo spin totale del sistema.

- a. All'istante $t = 0$ si effettui una misura della terza componente S_3^A dello spin della particella A ; quali valori si possono ottenere e con che probabilità?
- b. Immediatamente dopo si effettui una misura di $\vec{J}^2$, ma solo su quei sistemi per cui la misura precedente ha dato come risultato $S_3^A = 0$; quali valori di $\vec{J}^2$ si possono ottenere e con che probabilità?

Formule utili

- * Autofunzioni normalizzate dell'hamiltoniana della buca di altezza infinita di semilarghezza $a = 1$ e relativi autovalori:

$$\begin{aligned}\psi_{2n}(x) &= \sin n\pi x , \\ \psi_{2n+1}(x) &= \cos \frac{(2n+1)\pi}{2}x ,\end{aligned}$$

con

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m} n^2 .$$

- ** Operatori di innalzamento e abbassamento.

$$L_{\pm}|jm\rangle = \hbar \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j, m \pm 1\rangle .$$

- *** Formule trigonometriche:

$$\begin{aligned}\sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)]\end{aligned}$$