

## Prova scritta di Meccanica Quantistica II

Giovedì 16 settembre 2004

1. Un elettrone in un atomo di idrogeno si trova in uno stato  $p$ , con la minima energia con esso compatibile e con la componente  $z$  del momento angolare totale uguale a  $3/2$  (in unità  $\hbar$ ).

1) Quali sono i valori che si possono ottenere effettuando rispettivamente una singola misura di: a) energia? b) componente  $z$  del momento angolare orbitale? c) componente  $z$  dello spin?

2) Qual'è il valor medio della componente  $x$  del suo vettore di posizione (relativo al protone)?

3) Quali sono i valori medi della sua distanza dal nucleo, dell'energia potenziale e di quella cinetica (relativa)?

2.- Calcolare, al primo ordine perturbativo, l'effetto determinato dalla perturbazione

$$H' = \epsilon z$$

sul primo livello eccitato di un atomo di idrogeno.

**Nota.** I calcoli risultano particolarmente semplici se si tiene conto della parità degli stati.

\* \* \* \* \*

### Formule che possono essere utili

Le funzioni d'onda usuali che descrivono gli stati stazionari degli atomi d'idrogeno, appartenenti alle energie

$$E_n = -\frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2},$$

dove  $a_0$  è il raggio di Bohr dell'atomo di idrogeno, sono

$$\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \phi_{nl}(r) Y_l^m(\vartheta, \varphi), \quad \text{con} \quad \phi_{nl} = \frac{1}{r} \chi_{nl}.$$

Le prime funzioni d'onda radiali ridotte  $\chi_{nl}(r)$ , correttamente normalizzate, sono:

$$\begin{aligned} \chi_{10} &= \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} r \exp(-r/a_0), \\ \chi_{20} &= \frac{1}{\sqrt{8a_0^3}} r \left( 2 - \frac{r}{a_0} \right) \exp(-r/2a_0), \quad \chi_{21} = \frac{1}{\sqrt{24a_0^5}} r^2 \exp(-r/2a_0). \end{aligned}$$

Le prime funzioni sferiche, correttamente normalizzate, sono

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta, \quad Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}.$$